

ROB : séance du 14/01/2025
Problème de planification culturelle durable

1 Introduction à la planification culturelle durable

La planification culturelle détermine les ressources à utiliser et leur affectation dans le but de répondre à une demande en matières premières estimée sur un horizon de temps donné. Une mauvaise utilisation de ces ressources peut avoir un impact négatif sur le plan écologique.

Dans ce contexte, nous nous intéressons à une situation rencontrée à Madagascar. Pour répondre à une demande semestrielle en cultures (manioc, haricots ou riz), certains fermiers malgaches choisissent de cultiver leur terre intensivement jusqu'à épuisement. Lorsque la terre n'est plus fertile et qu'il leur est devenu impossible de répondre à la demande avec le terrain dont ils disposent, une pratique répandue consiste à brûler une parcelle de forêt primaire afin d'obtenir rapidement un nouveau terrain fertile et cultivable.

Pour endiguer la déforestation, une solution est d'utiliser au mieux les terres des fermiers par le biais d'une division en parcelles et de rotations culturelles.

Dans la suite, on suppose que le temps est divisé en semestres (période de 6 mois) et que la durée de toute culture se mesure en nombre de semestres. Ainsi, une parcelle reçoit au plus une culture par semestre.

Une rotation culturelle est une pratique moderne d'agriculture durable. Elle consiste en une succession planifiée de cultures sur le même terrain. Plus particulièrement, une rotation culturelle enchaîne des périodes de culture et de jachère. Une jachère est une série de labourages dont le but est de détruire les mauvaises herbes et d'ensevelir du fumier permettant de reconstituer les réserves minérales utilisables du sol.

La jachère permet un meilleur rendement de la terre lors de la remise en culture. À un semestre donné, le rendement d'une culture peut se calculer sur la base de trois données : la durée de la dernière jachère, l'âge de culture du terrain et la culture précédente.

D'autre part, la mise en culture d'un terrain est soumise à certaines contraintes. Par exemple, la culture d'une plante dépend du semestre et le retour en jachère est obligatoire après un certain temps de mise en culture.

C'est dans ce contexte que s'inscrit notre problème de planification durable de rotations culturelles, qui consiste donc à construire, sur un horizon de temps donné, une rotation de cultures et de jachères sur chaque parcelle utilisée, de sorte à couvrir des demandes saisonnières et à minimiser la surface cultivée.

2 Données et contraintes du problème

Pour simplifier, on fait l'hypothèse que toutes les parcelles ont la même surface unitaire et les mêmes caractéristiques de rendement. Notons que certaines cultures ne se font que les semestres pairs et d'autres que les semestres impairs.

Les données et leurs notations sont les suivantes :

- $\mathcal{P}=\{1,\dots,P\}$: ensemble des parcelles utilisables
- $T \in \mathbb{N}$: horizon de planification
- $\bar{l} \in \mathbb{N}$: durée au-delà de laquelle la prolongation de la jachère n'améliore plus le rendement
- $\bar{a} \in \mathbb{N}$: nombre maximal de semestres de cultures successives.
- C_1 (resp. C_2) : ensemble des cultures cultivables en semestre impair (resp. en semestre pair)
- $C = C_1 \cup C_2$
- $\forall j \in C, \Gamma^+(j)$: ensemble des cultures qui peuvent succéder à la culture j dans une rotation
- $\forall t \in [1, T], \forall j \in C, D_{j,t}$: demande en tonnes de culture j au semestre t .
- La jachère est représentée par l'indice 0
- À chaque semestre, l'état d'une parcelle peut se résumer au triplet (l, a, j) où:
 - l est le nombre de semestres consécutifs de jachère.
 - a est le nombre de semestres consécutifs de culture (si $j \neq 0$).
 - $j \in C \cup \{0\}$ est la culture ou la jachère en cours (si $j = 0$ alors $a = 0$).
- $R_p(l, a, i, j)$: rendement en tonnes sur la parcelle p de la culture j si elle a été précédée de la culture i et si cette parcelle est dans l'état (l, a, j) .
- Le rendement de la jachère étant nul, on a toujours $R_p(l, 0, i, 0) = 0$. Le rendement maximal d'une culture $j(\neq 0)$ est toujours $R_p(\bar{l}, 1, 0, j)$.

L'objectif revient à minimiser le nombre de parcelles utilisées (ce qui revient à minimiser la surface totale).

3 Travail demandé

Question 1 : Montrer qu'une rotation sur une parcelle p correspond à un chemin dans un graphe G que vous explicitez. Vous donnerez une représentation de ce graphe pour $T = 5, \bar{l} = \bar{a} = 2, C_1 = \{riz\}, C_2 = \{haricot\}, \Gamma^+(haricot) = \{riz\}, \Gamma^+(riz) = \{haricot\}$,

l'état initial d'une parcelle étant $(2, 0, 0)$ au semestre 0.

Question 2 : Modéliser ce problème de planification par un PLNE.

Question 3 : Résoudre l'instance qui suit. Donner le temps de calcul, le nombre de noeuds développés dans l'arbre de recherche, le nombre de parcelles cultivées.

Instance Test 2 cultures : riz et haricot

param T :=10;
param SURF:=1;
param P := 40;
param \bar{a} := 2;
param \bar{l} := 2;

set C[1] := riz; # cultures de semestre impair
set C[2] := haricot; # cultures de semestre pair

param D : #demande en riz et/ou haricot au semestre t

	<i>riz</i>	<i>haricot</i>
$t = 1$	1200	0
$t = 2$	0	400
$t = 3$	1200	0
$t = 4$	0	400
$t = 5$	1200	0
$t = 6$	0	400
$t = 7$	1200	0
$t = 8$	0	400
$t = 9$	1200	0
$t = 10$	0	400

set Precedent[riz] := haricot;
set Precedent[haricot] := riz;

#Données associées aux rendements :

- Rendement du riz suivant une jachère d'âge l :
 $l=1$: $R(1, 1, 0, riz) = 72$;
 $l = 2$: $R(2, 1, 0, riz) = 120$; # rendement maximal
- Rendement du haricot suivant une jachère d'âge l :
 $l=1$: $R(1, 1, 0, haricot) = 54$;
 $l = 2$: $R(2, 1, 0, haricot) = 90$; # rendement maximal

- Rendement du riz succédant à une culture de haricot après une jachère d'âge l :
 $l=1 : R(1, 2, haricot, riz) = 54$;
 $l = 2 : R(2, 2, haricot, riz) = 90$;
- Rendement du haricot succédant à une culture de riz après une jachère d'âge l :
 $l=1 : R(1, 2, riz, haricot) = 39$;
 $l = 2 : R(2, 2, riz, haricot) = 65$;

Question 4 : Reformuler le problème avec de nouvelles variables $x_r \in \mathbb{N}$ qui représentent le nombre de parcelles pour lesquelles la rotation r est utilisée. On suppose, dans ce modèle (appelée formulation "étendue"), que l'on peut énumérer l'ensemble des rotations r possibles sur une parcelle.

Question 5: On considère une approche de Génération de Colonnes pour trouver une borne du problème reformulé à la question 4. Comment valuer les arcs du graphe G trouvé à la Question 1 pour rechercher la colonne (ou chemin / rotation) de coût réduit négatif minimal à chaque itération du processus de Génération de Colonnes?