

Les procédures de Séparation et Evaluation

ECE - Outils pour la logistique

2016-2017

Principe des procédures par séparations et évaluations :

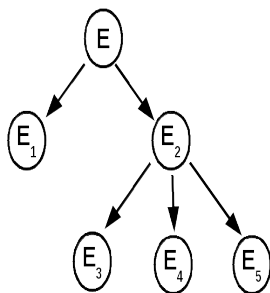
Les procédures par séparations et évaluations permettent de déterminer par énumération implicite des solutions réalisables d'un problème, celle qui optimise un certain critère. Par exemple, résoudre :

$$(PL) \begin{cases} \max & f(x) \\ & x \in E \end{cases}$$

L'exploration des solutions réalisables du problème étudié repose sur deux principes :

- Un principe de **séparation** qui permet de réduire l'étude de E à celle d'un sous ensemble de E de plus en plus réduit.
- Un principe **d'évaluation**. Pour chaque sous ensemble de E obtenu par séparation, ce principe consiste à définir une évaluation de la valeur des solutions de ce sous ensemble. Pour cela on résout une relaxation de (PL) .

Le processus d'exploration des solutions est représenté par une arborescente, qui possède un sommet particulier, la racine E , qui représente l'ensemble des solutions réalisables du problème. Les autres sommets représentent des sous ensembles de E obtenus successivement par séparation. L'arborescence représente les relations de filiations qui lient un sous ensemble (père) à ceux auxquels il donne naissance par séparation (fils).

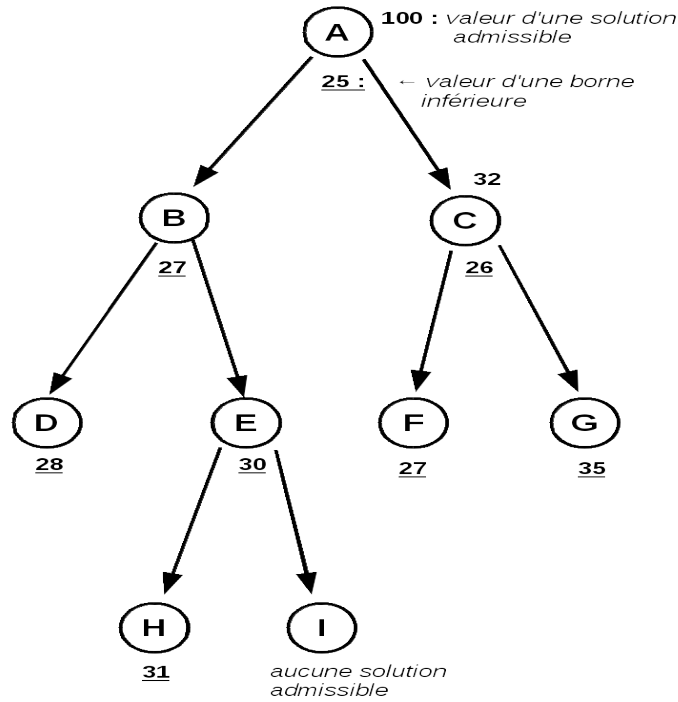


E est séparé en E_1 et E_2 , on a donc $E = E_1 \cup E_2$

E_2 est séparé en E_3 , E_4 et E_5 , on a donc $E_2 = E_3 \cup E_4 \cup E_5$

Exercice 1 — Etude d'un arbre de recherche

Soit un problème de minimisation pour lequel on a commencé l'arborescence de recherche d'une solution optimale suivante :



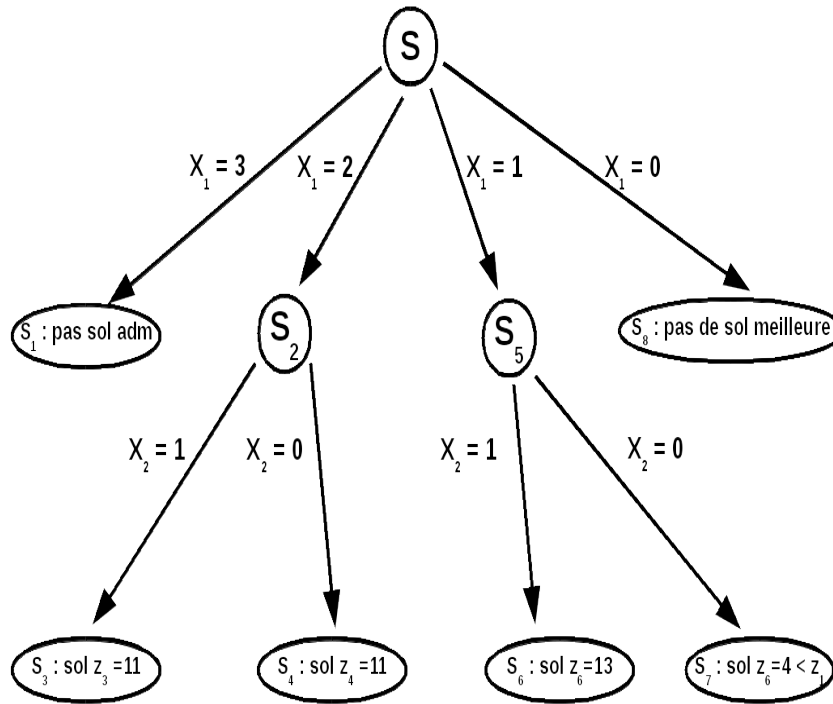
1. Quelle est la valeur de la meilleure solution connue du problème pour l'instant ?
2. Quelle est la valeur de la meilleure borne inférieure de la valeur optimale du problème pour l'instant ?
3. Pour chacune des feuilles, dire si elle peut être élaguée et pourquoi ?

Exercice 2 — Méthode Arborescente

Soit le PLNE suivant :

$$(PL) \left\{ \begin{array}{ll} \max & 4x_1 + 3x_2 + 3x_3 + 2x_4 \\ & 2x_1 - 2x_2 + x_3 + 4x_4 \leq 5 \quad (1) \\ & 2x_1 + 3x_2 - 2x_3 + 5x_4 \leq 7 \quad (2) \\ & 3x_1 + 7x_2 + 3x_3 + 4x_4 \leq 13 \quad (3) \\ & x_1 \leq 3 \quad (4) \\ & x_2 \leq 1 \quad (5) \\ & x_3 \leq 4 \quad (6) \\ & x_4 \leq 1 \quad (7) \\ & x_1, x_2, x_3, x_4 \in \mathbb{N} \quad (8) \end{array} \right.$$

La solution optimale de ce PLNE a été trouvée en construisant l'arborescence ci dessous : Retrouver et expliquer sa construction.



Exercice 3 — Cryptogramme
à :

Retrouver la (ou les) additions en base dix correspondant

$$\begin{array}{r}
 F \quad \emptyset \quad R \quad T \quad Y \\
 + \quad T \quad E \quad N \\
 + \quad T \quad E \quad N \\
 \hline
 S \quad I \quad X \quad T \quad Y
 \end{array}$$

En utilisant une méthode arborescente (une lettre code un chiffre et un seul). Pour cela vous suivrez les indications suivantes :

1. Appellons r_1 , r_2 et r_3 les différentes retenues, on a en fait l'addition suivante :

$$\begin{array}{r}
 1 \quad r_3 \quad r_2 \quad r_1 \\
 F \quad \emptyset \quad R \quad T \quad Y \\
 + \quad T \quad E \quad N \\
 + \quad T \quad E \quad N \\
 \hline
 S \quad I \quad X \quad T \quad Y
 \end{array}$$

Déduisez les équations et les bornes sur les variables et retenues. On déduira en particulier les bornes des variables r_1 , r_2 , r_3 .

2. Résolvez le problème par une méthode de séparation et évaluation en séparant les solutions par rapport aux valeurs prises par les retenues.