

Introduction à la RO

Responsables : C. Bentz, C. Picouleau

TD de Programmation Linéaire

Exercice 1 : modélisation

La compagnie TRUSCO s'est vue attribuer la tâche de préparer un portefeuille d'investissements pour une société industrielle. Les fonds disponibles représentent un montant de 250000 euros. L'analyste financier de la compagnie a retenu 6 possibilités d'investissements réparties dans l'industrie du pétrole, de l'électronique et pharmaceutique. Les diverses sociétés dans lesquelles on désire investir et les rendements anticipés sont présentés dans le tableau ci-après :

Sociétés	Secteur d'activités	Rendement anticipé (%)
Simco	Pétrole	9.35
Plurimax	Pétrole	8.00
Microtel	Electronique	10.90
CAX	Electronique	7.80
Biomed	Pharmaceutique	9.60
Coranex	Pharmaceutique	8.50

Les directives suivantes ont été émises :

1. Les investissements dans le secteur pharmaceutique devraient représenter au moins 30% des investissements dans le secteur électronique.
2. Aucun secteur d'activité ne devrait se voir allouer plus de 55% des fonds disponibles.
3. Bien que la société Microtel présente un rendement anticipé élevé, on veut limiter le montant investi dans cette société, à cause de son risque élevé, à 60% des investissements dans le secteur électronique.
4. On a demandé aussi à TRUSCO d'investir au moins 15000 euros dans l'industrie pétrolière.

L'objectif de l'analyste financier est de maximiser le rendement anticipé.

Formuler le modèle de programmation linéaire qui permettrait à l'analyste financier de lui suggérer une stratégie de placement tout en respectant les directives mentionnées.

Exercice 2 : modélisation et résolution graphique d'un programme linéaire

L'entreprise GENCO fabrique divers modèles d'appareils électroménagers. Suite à une réunion départementale de divers chefs de services de l'entreprise, il a été convenu d'examiner la possibilité de modifier le programme actuel de fabrication de ces grilles-pains, soit 600 unités de son modèle électronique (QL-500) et 200 unités de son modèle grille-pain/four (QL-700X). L'étape d'assemblage se fait essentiellement en deux phases et une vérification (contrôle exhaustif) est ensuite effectuée sur toutes les unités. Le tableau suivant donne l'information concernant le nombre d'heures exigé pour fabriquer chaque modèle ainsi que les disponibilités en heures de chaque département.

	Modèle QL-500	Modèle QL-700X	
Départements	Nombre d'heures requises		Heures disponibles
Assemblage (Phase 1)	3	4	4200
Assemblage (Phase 2)	1	3	2250
Vérification	2	2	2600

Etant donnée la situation du marché, l'entreprise ne veut pas fabriquer plus de 1100 unités du modèle QL-500. La contribution au bénéfice du modèle QL-500 est de 66 euros l'unité, alors que celle du QL-700X est de 84 euros. On veut déterminer le programme optimal de fabrication à mettre en œuvre, c'est-à-dire celui qui maximiserait les bénéfices.

1. Formuler le modèle de programmation linéaire correspondant.
2. Tracer le domaine admissible du PL.
3. Déterminer la solution optimale du PL.
4. Déterminer la nouvelle solution optimale du PL si on suppose que la contribution au bénéfice du modèle QL-500 est de 63 euros l'unité.

Exercice 3 : modélisation et résolution graphique d'un programme linéaire

On désire déterminer la composition, à coût minimum, d'un aliment pour le bétail composé de maïs, de soja et d'herbe. L'aliment ainsi conditionné devra comporter au plus 0.5% de calcium, au maximum 5% de fibres et au moins 30 % de protéines, pour se conformer au désir de la clientèle. On a indiqué ci-dessous les pourcentages de calcium, de fibres et de protéines contenus, respectivement, dans le maïs et le soja, ainsi que le coût par tonne de chacun de ces ingrédients (on suppose que le prix de l'herbe est nul et que sa teneur en calcium, fibres et protéines est négligeable).

Ingr.	Calcium (en %)	Fibres (en %)	Protéines (en %)	Prix (par tonne)
Maïs	0.1%	2%	9%	200 euros
Soja	0.2%	6%	60%	600 euros
% requis	$\leq 0.5\%$	$\leq 5\%$	$\geq 30\%$	

Formuler le problème sous la forme d'un programme linéaire, le résoudre graphiquement et donner la composition optimale du mélange et son coût (simplifier le problème au maximum avant de le résoudre).

Exercice 4 : résolution graphique de programmes linéaires

1. Résoudre le PL suivant graphiquement :

$$\begin{aligned}
 \min \quad & 2x_1 + x_2 \\
 \text{s.c.} \quad & x_1 + x_2 \geq 1 \\
 & x_2 \leq 2 \\
 & x_1, x_2 \geq 0
 \end{aligned}$$

Et si on veut maximiser la fonction objectif ?

2. Résoudre le PL suivant graphiquement :

$$\begin{aligned}
 \min \quad & 5x_1 + 3x_2 \\
 \text{s.c.} \quad & x_1 + x_2 \leq 2 \\
 & x_1 \geq 1 \\
 & x_2 \geq 1
 \end{aligned}$$

Et si on veut maximiser la fonction objectif ?

3. Résoudre le PL suivant graphiquement :

$$\begin{aligned}
 \max \quad & 2x_1 + x_2 \\
 \text{s.c.} \quad & x_1 - x_2 \leq 3 \\
 & x_1 + 2x_2 \leq 6 \\
 & -x_1 + 2x_2 \leq 2 \\
 & x_1, x_2 \geq 0
 \end{aligned}$$

4. Résoudre le PL suivant graphiquement :

$$\begin{aligned} \min \quad & x_1 - x_2 \\ \text{s.c.} \quad & \frac{1}{2}x_1 + x_2 \geq 8 \\ & -x_1 + 8x_2 \leq 40 \\ & x_1 \geq 8 \\ & x_2 \leq 8 \\ & x_1, x_2 \geq 0 \end{aligned}$$

5. Résoudre le PL suivant graphiquement :

$$\begin{aligned} \max \quad & 2x_1 + 2x_2 \\ \text{s.c.} \quad & \frac{1}{2}x_1 + x_2 \leq 10 \\ & -x_1 + 6x_2 \leq 100 \\ & x_2 \geq 5 \\ & x_2 \leq 25 \\ & x_1, x_2 \geq 0 \end{aligned}$$

6. Résoudre le PL suivant graphiquement :

$$\begin{aligned} \max \quad & 3x_1 + 2x_2 \\ \text{s.c.} \quad & \frac{5}{4}x_1 + x_2 \leq 5 \\ & 7x_1 + 10x_2 \geq 70 \\ & x_1, x_2 \geq 0 \end{aligned}$$

7. Résoudre le PL suivant graphiquement, après avoir simplifié son expression le plus possible :

$$\begin{aligned} \min \quad & x_1 \\ \text{s.c.} \quad & x_1 + x_2 \geq 1 \\ & x_2 - x_3 \leq 1 \\ & x_1 + x_3 = 1 \\ & x_1, x_2, x_3 \geq 0 \end{aligned}$$

Et si on veut maximiser la fonction objectif ?