RCP211 - Modèles génératifs

Flow matching

Arnaud Breloy *arnaud.breloy@lecnam.net*

8 décembre 2025

Conservatoire national des arts & métiers

Outline

Rappels et introduction

Flow matching

Rappels généraux

Objectif : générer de nouvelles données similaires à celles existantes

Point de vue probabiliste : les données sont des réalisations de variables aléatoires

Ce qu'on veut :

- la densité de probabilité (d.d.p.) des données $p(\mathbf{x})$
- un moyen d'échantillonner selon $p(\mathbf{x})$

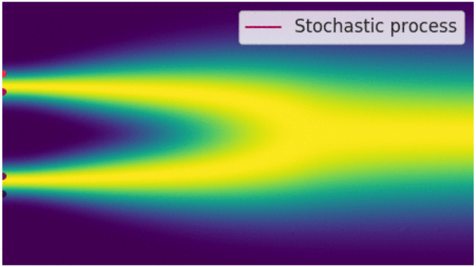
Ce qu'on a :

- Des échantillons $\{\mathbf{x}_i\}_{i=1}^n$
- Différentes approches pour en tirer une approximation de l'idéal

Méthodes vues précédemment

- **Modèles paramétriques classiques**
  - PCA probabiliste, GMM, Modèles AR
- **Auto-ecodeurs variationnels**
  - Auto-encodeur + échantillonnage de code lattent $\mathbf{z}$
  - Les paramètres modélisent les lois $q_\phi(\mathbf{z}|\mathbf{x})$ et $p_\theta(\mathbf{x}|\mathbf{z})$
  - Approx. le max. de vraisemblance (ELBO)
- **Réseaux génératifs antagonistes**
  - Deux modèles (générateur, discriminateur), jeu min-max
  - plaque implicitement la d.d.p. des données générées sur $p(x)$
- **Modèles de diffusion**
  - Longue séquence de débruiteurs
  - Plusieurs points de vue : score, débruitage, Langevin, H-VAE, ...
  - Transforme $\mathcal{N} \to p$ via une SDE

Retour sur les modèles de diffusion



Interprétable comme une **equation différentielle stochastique** (SDE)

$$\mathrm{d}\mathbf{x}_t = f(\mathbf{x}_t, t)\mathrm{d}t + g(t)\mathrm{d}\mathbf{w}_t$$

échantilloner ⇔ inverser le processus

Peut on **interpoler entre deux ddp de manière déterministe** ? (ODE)

- Approximation déterministe avec le score (DDIM)
- Transport optimal
- **Flow matching**

Références

Articles

Lipman, Y. (2024). Flow Matching Guide and Code. arXiv [pdf]

Blog posts

Gagneux A., et al. (2025). “A Visual Dive into Conditional Flow Matching” [html]

Vidéos

Plénière de Julie Delon au GRETSI 2025 [yt]

Outline

Rappels et introduction

Flow matching

Problème

On cherche une interpolation régulière p_t entre

- p_0 distribution d'origine généralement $\mathbf{x} \sim \mathcal{N}$
- p_1 distribution cible celle des données p_{data}

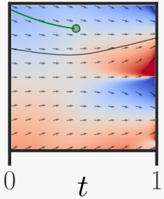
Il y en existe beaucoup ! [anim]

On va se restreindre à celles régies par un **champ de vitesse**

Flow d'un champ

Champ de vitesse

$$\begin{array}{rccc} v: & \mathbb{R}^d \times \mathbb{R} & \to & T_x\mathbb{R}^d \;\; (\sim \mathbb{R}^d) \\ & (x, t) & \mapsto & v_t(x) \end{array}$$

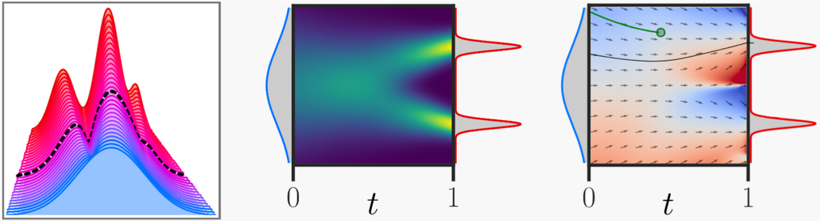


Le **flow** ϕ d'un champ de vitesse v est définit via

$$\frac{d\phi_t}{dt}(x) = v_t(\phi_t(x)), \quad \phi_0(x) = x$$

- l'intégrale du champ de vitesse
- Dit où se trouve le point x s'il suit le champ v du temps 0 à t

Flow d'une distribution ?



Flow d'une distribution ?

Supposons que x soit tiré d'une distribution $X_0 \sim p_0$

Soit $p_t =$ "loi de $\phi_t(X_0)$" : elle vérifie une **équation de continuité**

$$\frac{dp_t}{dt} + \mathrm{div}(\ p_t v_t\ ) = 0 \qquad \text{(CE)}$$

Proposition 1 (réciproque)

$X_0 \sim p_0$ et $(p_t, v_t) \sim (\mathrm{CE})$ + hypothèses de régularité

$$\Rightarrow \quad \forall t \in [0,1], \quad \phi_t(X_0) \sim p_t$$

Exemple : le **transport optimal** (OT) donne une solution particulière

"ligne droite + vitesse constante"

$$v_t\left((T^*(x) + (1-t)x\right) = T^*(x) - x$$

avec T^* plan de transport optimal en coût $||\cdot||^2$

Flow matching

Cependant, le OT n'est pas tractable en grande dimension

Le **flow matching** permet de définir un champ v_t "plus simple"

Il donnera un algorithme pour trouver des correspondances point à point entre deux distributions

Définissons

- $X_0 \sim p_0$, $X_1 \sim p_1$ les deux distributions
- $X_t = tX_0 + (1-t)X_1$ l'interpolation entre les deux v.a.

aussi une v.a. suivant la loi p_t

- Le champ

$$v_t(x) = \mathbb{E}[\ X_1 - X_0 \mid X_t = x\ ]$$

directions moyenne de tous les chemins de X_t t.q. $X_t = x$

Proposition 2

Le couple (p_t, v_t) ainsi définit vérifie (CE)

Visualisation ici [blog-post] ou là [playground] (+ détails au tableau)

Bilan intermédiare

Précédemment :

- On a définit un couple (p_t, v_t) qui suit (CE)
- on sait échantilloner $X \sim p_0$
- Proposition 1 $\Rightarrow \phi_1(X_0)$ donne un moyen d'échantilloner p_1

Reste a traiter :

- #1 apprendre v_t à partir des données suivant $p_1 = p_{\mathrm{data}}$
- #2 échantilloner avec v_t appris en pratique (integrer l'ODE)

#1 Conditional flow matching : apprentissage en pratique

Definir un modèle $v_\theta(x,t) : \mathbb{R}^d \times [0,1] \to T_x\mathbb{R}^d$

Apprendre le modèle avec la loss

$$\mathcal{L}_{\mathrm{FM}}(\theta) = \mathbb{E}_{x_t,t} \; ||v_t(x_t) - v_\theta(x_t,t)||^2$$

mais $v_t(x_t)$ est défini implicitement via une esperance + loi de x_t inconnue

Theoreme (interpolation linéaire)

Le problème de regression $\mathcal{L}_{\mathrm{FM}}(\theta)$ est équivalent à

$$\mathcal{L}_{\mathrm{CFM}}(\theta) = \mathbb{E}_{(x_x,x_1),t,x_t|(x_0,x_1,t)} \; ||v_t(x_t) - v^{\mathrm{cond}}(x_t|x_0,x_1,t)||^2$$

avec $v^{\mathrm{cond}}(x_t|x_0,x_1,t) = x_1 - x_0$

Détails et autres possibilités dans Gagneux et al. 2025

#2 Flow matching : échantillonage en pratique

Echantilloner un point selon p_1

$$\hat{x}_1 = \varphi_{t=1}(x_0) = \text{EDO}^{v_\theta}(x_0, 0 \to 1), \quad x_0 \sim p_0$$

ou $\text{EDO}^{v_\theta}(\cdot, t_0 \to t_1)$ résoud le flow (intégration du champ de vitesse) $v_\theta(t, \cdot)$

Méthode d'Euler (K pas)

$$x_{k+1} = x_k + \frac{1}{K} v_\theta(t_k, x_k)$$

ou méthodes plus avancées (Runge-Kutta)

Un exemple visuel