

## Sujet de thèse :

Étiquetage antimagique des arêtes d'un graphe : aspects algorithmiques et structurels

**Directeur :** C. Bentz, Maître de conférences, HDR, cedric.bentz@cnam.fr, C. Picouleau, Professeur, chp@cnam.fr,

**Laboratoire d'accueil :** CEDRIC-CNAM

# 1 Introduction du sujet

Soit  $G = (V, E)$  un graphe. Pour un entier positif  $k$ , un  $k$ -*étiquetage antimagique* est une fonction  $f : E \rightarrow \{1, \dots, k\}$  telle que  $\forall u, v \in V, u \neq v, \sum_{uw \in E} f(uw) \neq \sum_{vw \in E} f(vw)$ .

L'objectif de la thèse est d'étudier  $\chi^a(G)$  la valeur minimale de  $k$  telle qu'il existe un  $k$ -étiquetage antimagique de  $G$  pour différents types de fonctions  $f$ .

Si pour un graphe  $G$ ,  $f$  est une bijection alors on a  $\chi^a(G) = |E|$  et  $G$  est dit *antimagique*. Il a été conjecturé par N. Alon que tout graphe ne contenant pas une arête comme composante connexe est antimagique. Récemment cette conjecture a été prouvée pour certaines classes de graphes [1, 3, 4, 5]. On cherchera à étendre ces résultats à d'autres classes de graphes.

On étudiera également le cas où la fonction  $f$  doit induire une coloration valide des arêtes, c'est-à-dire lorsque  $f(e) \neq f(e')$  pour toute paire  $e, e'$  d'arêtes adjacentes.

On s'intéressera notamment aux aspects algorithmiques, complexité, algorithmes approchés, du problème consistant à déterminer  $\chi^a(G)$ .

D'autres fonctions objectif, autres que la minimisation de  $k$ , pourront être envisagées. Par exemple  $\min \sum_{e \in E} f(e)$ ,  $\min \max_{v \in V} \sum_{uv \in E} f(uv)$ ,  $\min \sum_{v \in V} \sum_{uv \in E} f(uv)$ .

**Mots-clés :** Algorithmique, Optimisation Combinatoire, Complexité, Théorie des Graphes.

# 2 Contexte national et international

Ces dernières années, des problématiques analogues à celle de l'étiquetage antimagique ont fait l'objet de différentes publications dans des revues internationales par des chercheurs d'équipes françaises notamment l'équipe COATI du laboratoire I3S/INRIA.

# 3 Approches de résolution

Pour obtenir les résultats, c'est-à-dire des théorèmes d'existence d'étiquetages antimagiques ou des constructions effectives de ces étiquetages, toutes les méthodes de l'optimisation et de l'algorithmique discrète pourront être envisagées.

# 4 Echéancier

L'objectif est de prouver la conjecture de N. Alon durant les 2 premières années de la thèse. La troisième année consistera à transcrire la rédaction de la démonstration sous un format compatible avec celui du document de thèse. Des présentations orales de ce résultat seront effectuées lors de la troisième année.

Des résultats partiels de la conjecture ou des extensions et conséquences de ce résultat pourront être envisagés suivant le même échéancier.

## References

- [1] N. Alon, G. Kaplan, A. Lev, Y. Roditty, and R. Yuster. Dense graphs are antimagic. *Journal of Graph Theory*, 47 297-309, 2004.
- [2] J.A. GALLIAN, A Dynamic Survey of Graph Labeling, *The Electronic Journal of Combinatorics* 19(17) (2017) DS 6.
- [3] D. W. Cranston. Regular bipartite graphs are antimagic. *Journal of Graph Theory*, 60(3) 173-182, 2009.
- [4] G. Kaplan, A. Lev, and Y. Roditty. On zero-sum partitions and anti-magic trees. *Discrete Math.*, 309 2010-2014, 2009.
- [5] Yu-Chang Liang and Xuding Zhu. Antimagic Labeling of Cubic Graphs. *Journal of Graph Theory*, 75 31-36, 2013.