

Mutualisation de taxis avec partage de coût : modélisation, complexité et linéarisation du problème

Alain Faye^{1,2}, Dimitri Watel^{1,2}

¹ Laboratoire CEDRIC, Département informatique, équipe OC, 292 Rue Saint-Martin, 75003 Paris, FRANCE

² ENSIIE, 1 square de la Résistance 91025 Evry, FRANCE
{alain.faye}@ensiie.fr {dimitri.watel}@ensiie.fr

Mots-clés : *Transports mutualisés, Dial-A-Ride Problem, Complexité, Programmation non linéaire en variables mixtes, linéarisation.*

1 Présentation du problème étudié

On se propose dans cette présentation d'étudier une variante du problème Dial-A-Ride (DARP). Dans le problème original, on cherche à optimiser les routes de véhicules chargés de transporter des personnes depuis leurs origines respectives vers leurs destinations respectives. Ce modèle est généralement utilisé pour optimiser des chemins pour des taxis ou encore des transports de personnes à mobilité réduite en ambulance depuis leur résidence jusqu'à l'hôpital.

Plus formellement : il existe un nombre m de véhicules disponibles, tous présents dans un dépôt. Chaque véhicule a une certaine capacité : le nombre de personnes qu'il peut transporter en même temps (*contrainte de capacité*). Il y a n clients à transporter (*contrainte de tournée*) de leurs points de départ à leurs points d'arrivée (*contrainte de précédence*), tout en respectant des contraintes de fenêtres de temps : le véhicule doit rejoindre l'origine et/ou la destination du client entre deux instants donnés (*contrainte de temps*).

Le problème DARP a été grandement étudié ces quinze dernières années. Un état de l'art récent sur ce problème et les problèmes proches peut être trouvé dans [2].

On se propose d'étudier dans cette présentation une version de DARP adaptée à un problème de partage de taxis. On souhaite que les différents clients qui se partagent un taxi puissent se partager le coût de la course. Ce partage est effectué au prorata du temps passé dans le taxi : chaque client paie seul les parties du trajet qu'il a effectuées seul dans le taxi, mais il partage équitablement avec d'autres clients les parties du trajet qu'il a effectuées avec ces derniers.

On s'intéresse au rapport entre le coût payé par chaque client et le coût qu'il aurait payé s'il avait été seul, c'est-à-dire le coût qu'il aurait payé dans un taxi qui serait allé directement de son origine à son arrivée, sans effectuer de détour pour récupérer ou déposer d'autres clients. La question est de savoir, connaissant l'ensemble des requêtes des clients, le nombre de taxis disponibles et un facteur $\alpha \in]0; 1[$, s'il existe une solution réalisable respectant les contraintes de tournée, de précédence, de capacité et de temps, et où chaque client réduit le coût qu'il aurait payé seul au moins du facteur α (*contrainte de coût*). Il s'agit donc ici d'un problème de décision.

Ce problème, nommé *Dial-A-Ride Problem with Money as an incentive*, a été introduit par [3, 4]. Dans ces articles toutefois, l'accent est mis sur une version dynamique du problème, où chaque requête peut survenir à tout instant et doit être intégrée aux routes précédemment définies. Cette version est résolue par une heuristique (GRASP). Nous nous penchons sur la version statique où toutes les requêtes sont connues *a priori*.

On peut remarquer qu'il n'est pas fait mention du gain des chauffeurs de taxis. Étant donné la manière dont est partagé le prix de la course, un chauffeur de taxi gagne ici exactement

la somme qu'il aurait gagnée si un client seul avait effectué et payé l'ensemble du trajet. Le gain vient du fait que le taxi roule rarement à vide. Dans cette étude, ce gain n'est pas pris en compte car l'accent est mis sur la difficulté du problème apportée par la contrainte de coût.

2 Contribution

La contribution est double. Après avoir défini formellement le problème, nous nous intéressons dans la première partie aux complexités algorithmique et paramétrée du problème. Le problème est NP-Complet, car il s'agit d'une généralisation du problème de voyageur de commerce, mais cette réduction, trop simple, ne montre pas la nature de la difficulté de toutes les contraintes. On s'intéresse ici à déterminer la part de difficulté du problème qui est due à la contrainte de coût.

La seconde partie se penche d'abord sur la modélisation du problème par un programme linéaire mixte. On peut noter que le problème n'étant pas un problème d'optimisation, nous pouvons définir une fonction objectif arbitraire. Nous avons décidé ici de chercher une solution réalisable qui favorise la compagnie de taxis en minimisant la distance totale parcourue par les taxis. La difficulté de ce programme vient de la contrainte de coût, qui inclut une division du coût des parties de trajets effectuées par plusieurs clients. Nous proposons différentes linéarisations de cette contrainte. On se concentre également sur la possibilité de réduire la taille du problème.

Enfin, cette partie se conclut sur des tests numériques. À notre connaissance, aucune autre résolution exacte sur cette version de DARP n'a été effectuée, les seules résolutions sont heuristiques [3, 4]. Nous résolvons des instances jusqu'à 18 clients. À titre de comparaison, [1] résout des instances du problème DARP classique, sans la contrainte de coût, jusqu'à des tailles de 32 clients.

Références

- [1] JF Cordeau. A branch-and-cut algorithm for the dial-a-ride problem. *Operations Research*, 2006.
- [2] Ida Nedregård. *The Integrated Dial-a-Ride Problem-Balancing Costs and Convenience*. PhD thesis, NTNU, Trondheim, 2015.
- [3] Douglas O. Santos and Eduardo C. Xavier. Dynamic taxi and ridesharing : A framework and heuristics for the optimization problem. *IJCAI International Joint Conference on Artificial Intelligence*, pages 2885–2891, 2013.
- [4] Douglas O. Santos and Eduardo C. Xavier. Taxi and Ride Sharing : A Dynamic Dial-a-Ride Problem with Money as an Incentive. *Expert Systems with Applications*, 42(19) :6728–6737, 2015.