

---

# Indices d'ajustement et leur validation

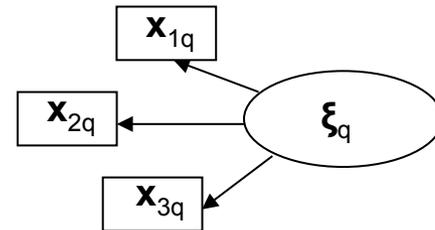
# Indice de Communauté

La communauté d'une variable manifeste  $x_{pq}$  variable est une corrélation au carré

$$com_{pq} = cor^2(x_{pq}, \xi_q)$$

... Pour chaque bloc l'indice de communalité est la moyenne des corrélations au carré entre chaque variable manifeste du bloc et sa propre variable latente:

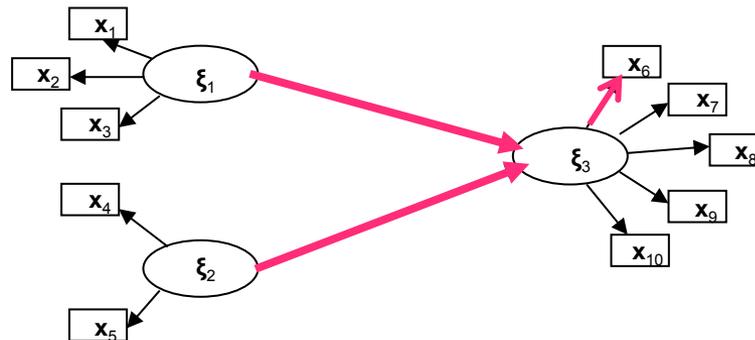
$$com_q = \frac{1}{p_q} \sum_{p=1}^{p_q} cor^2(x_{pq}, \xi_q)$$



# Indice de Redondance

La redondance mesure la proportion de variabilité d'une variable manifeste endogène liées à une variable latente endogène expliquée par les variables latentes prédicteurs de sa variable latente

$$\text{Redundance}_{q^*} = R^2(\xi_{q^*}, \xi_q: \xi_q \rightarrow \xi_{q^*}) \times \text{Comm}_{pq^*}$$



$$\text{Redundance du bloc } q^* = R^2(\xi_{q^*}, \xi_q: \xi_q \rightarrow \xi_{q^*}) \times \text{Comm}_{q^*}$$

# Validation de Commounauté et Redundance

Des procédures de validation croisée est utilisé pour valider ces indices (cv-communauté, cv-redondance,  $Q^2$  de Stone-Geisser)

## Commounauté

$$H_q^2 = 1 - \frac{\sum_q \sum_i (x_{pqi} - \bar{x}_{pq} - \hat{\lambda}_{pq(-i)} \hat{\xi}_{q(-i)})^2}{\sum_q \sum_i (x_{pqi} - \bar{x}_{pq})^2}$$

## Redundance

$$F_q^2 = 1 - \frac{\sum_q \sum_i (x_{pqi} - \bar{x}_{pq} - \hat{\lambda}_{pq(-i)} \text{Pred}(\hat{\xi}_{q(-i)}))^2}{\sum_q \sum_i (x_{pqi} - \bar{x}_{pq})^2}$$

# Indice de adéquation (Goodness of Fit index)

$$GoF = \sqrt{\frac{1}{\sum_{q:P_q>1} P_q} \sum_{q:P_q>1} \sum_{p=1}^{P_q} Cor^2(\mathbf{x}_{pq}, \xi_q)} \times \sqrt{\frac{1}{Q^*} \sum_{q^*=1}^{Q^*} R^2(\xi_{q^*}, \xi_j \text{ explaining } \xi_{q^*})}$$

**Validation of the outer model**

L'adéquation du modèle externe est obtenu comme moyenne des corrélations au carré entre chaque variables manifestes et la variable latente correspondant, c'est à dire la communalité moyenne

**Validation of the inner model**

L'adéquation du modèle interne est obtenu comme moyenne des R2 de l'ensemble des relations structurelles.

# Le GoF relativisé

De l'ACP on sait que



$$\sum_{p=1}^{P_q} \text{cor}^2(\mathbf{x}_{pq}, \xi_q) \leq \lambda_q^{PCA}$$

la plus grande valeur propre de  $\mathbf{X}_q' \mathbf{X}_q$

...et de l'ACC on sait que

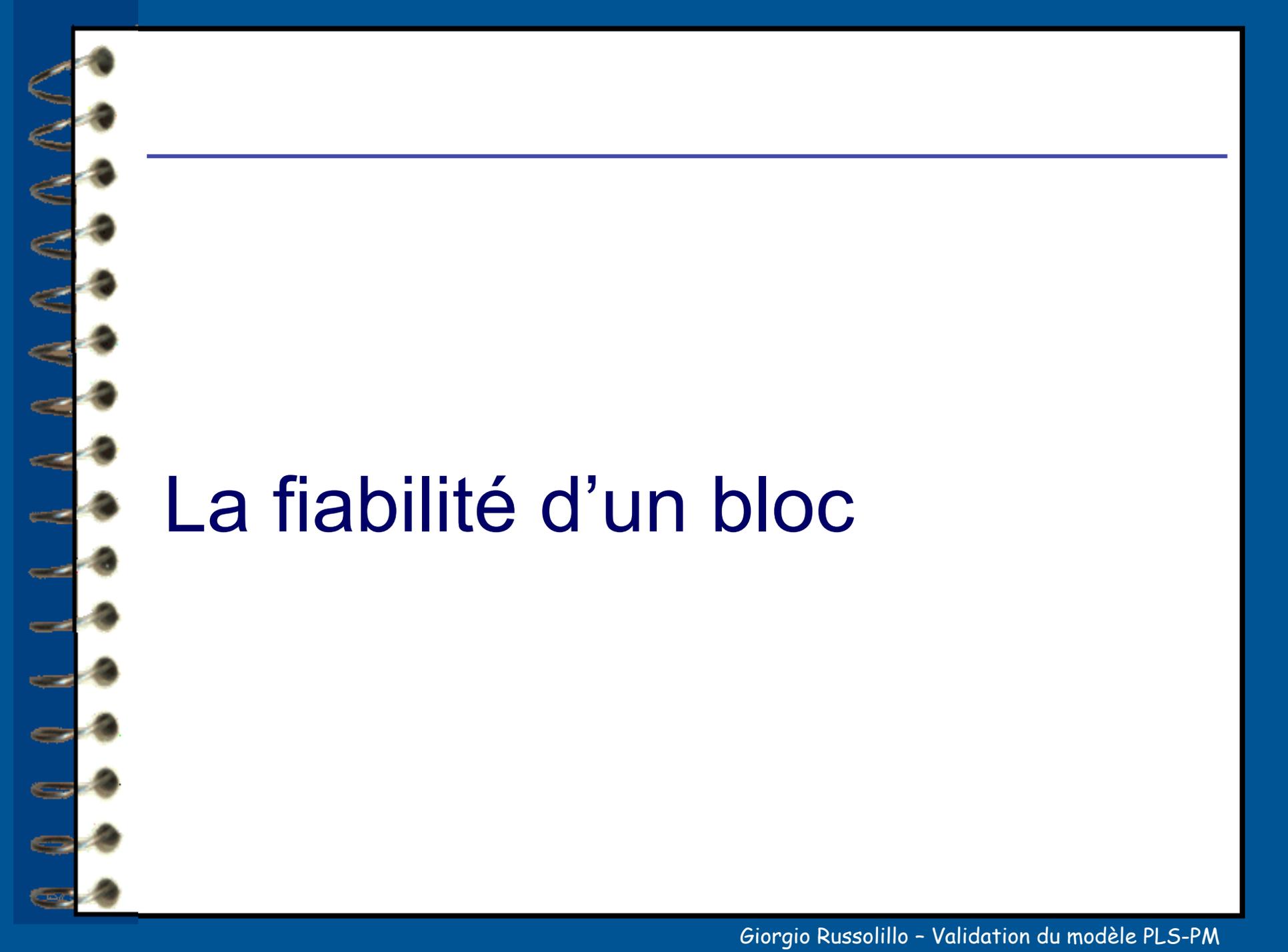


$$\sum_{q^*=1}^{Q^*} R^2(\xi_{q^*}, \xi_j \text{ explaining } \xi_{q^*}) \leq \rho_{q^*}^2$$

Le carré de la première corrélation canonique

On relativise chaque term du GoF au maximum correspondant:

$$GoF = \sqrt{\frac{1}{\sum_{q:P_q > 1} P_q} \sum_{q:P_q > 1} \frac{\sum_{p=1}^{P_q} \text{Cor}^2(\mathbf{x}_{pq}, \xi_q)}{\lambda_q^{PCA}} \times \frac{1}{Q^*} \sum_{q^*=1}^{J} \frac{R^2(\xi_{q^*}, \xi_j \text{ explaining } \xi_{q^*})}{\rho_{q^*}^2}}$$

A graphic of a spiral-bound notebook with a blue cover and a white page. The spiral binding is on the left side. A horizontal blue line is drawn across the top of the page.

# La fiabilité d'un bloc

# Reliability

---

La fiabilité (**reliability**  $rel(x_i)$ ) d'une mesure  $x_i$  d'un vrai score, modélisée comme  $x_i = \lambda_i \xi + \delta_i$ , est définie comme:

$$rel(x_i) = \frac{\lambda_i^2 \text{var}(\xi)}{\text{var}(x_i)} = cor^2(x_i, \xi)$$

La  $rel(x_i)$  peut être interprétée comme la variance de  $x_i$  qui est expliquée par  $\xi$

# Unidimensionalité

---

Question :

Est un bloc  $X_q$  de variables essentiellement unidimensionnel?

Answers :

- a) La première valeur propre d'une analyse en composantes principales du bloc est supérieur à 1, les autres sont inférieurs à 1
- b) Chaque variable est plus corrélée à la première composante principale que au autres composantes
- c) Chaque variable a une corrélation supérieure à 0,5, en valeur absolue, avec la première composante principale.

# Mesurer la fiabilité

---

## Question:

Comment mesurer la précision de la mesure?

En d'autres termes, comment mesurer le niveau d'un d'homogénéité d'un bloc  $X_j$  de variables corrélées positivement?

## Réponse:

Alpha de Cronbach et Rho de Dillon Goldstein.

$$\alpha_c = \frac{P_q}{(P_q - 1)} \frac{\sum_{p \neq p'} \text{cov}(x_{pq}, x_{p'q})}{P_q + \sum_{p \neq p'} \text{cov}(x_{pq}, x_{p'q})}$$

$$\rho_q = \frac{\left(\sum_p \lambda_{pq}\right)^2 \times \text{var}(\xi_q)}{\left(\sum_p \lambda_{pq}\right)^2 \times \text{var}(\xi_q) + \sum_p \text{var}(\mathbf{x}_{pq})}$$

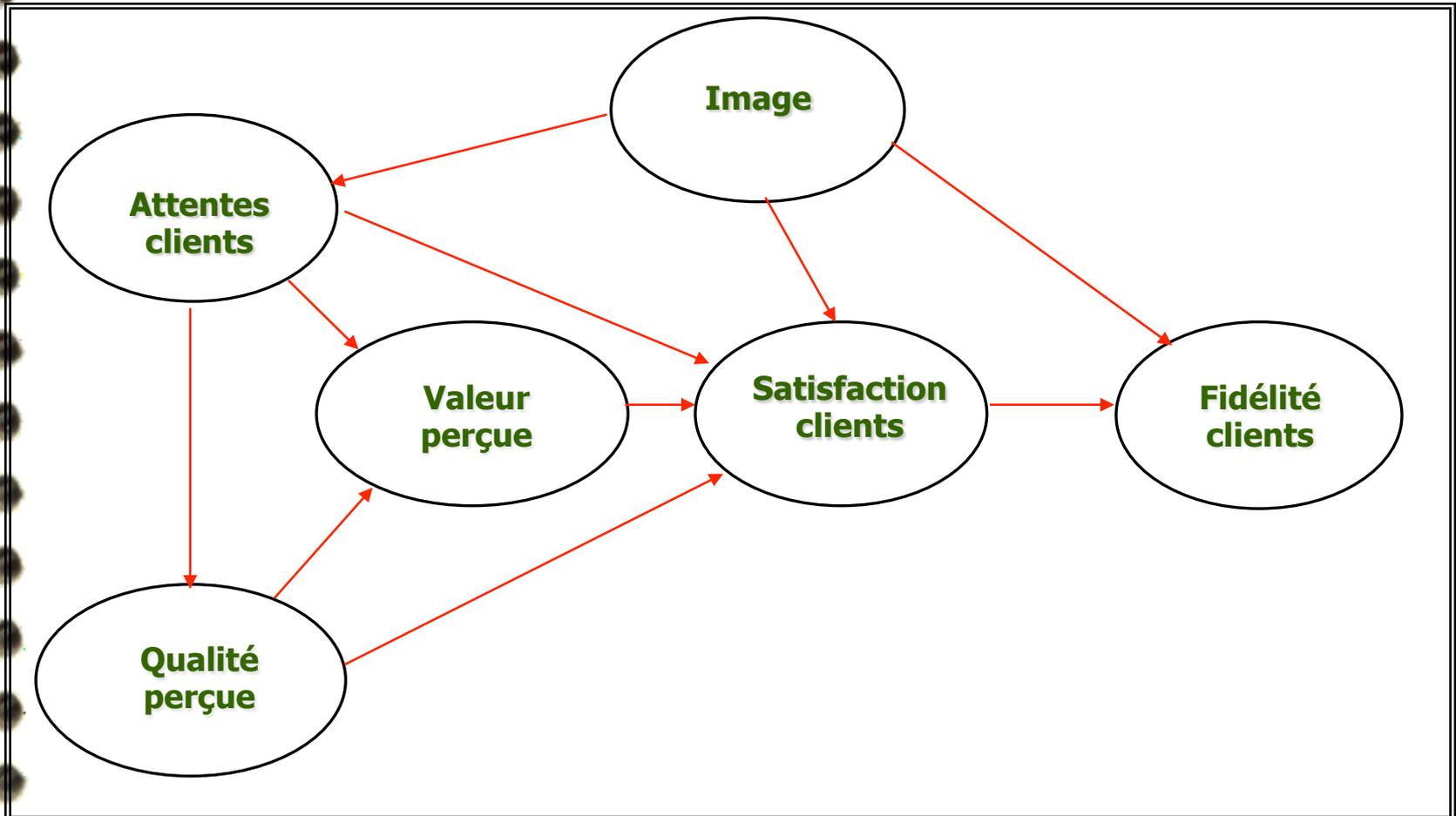
# Validation du Modèle

---

La validation du modèle concerne la manière dont les relations sont modélisés dans les modèles structurel et de mesure.

Les hypothèses nulles suivantes devraient être rejetées:

# Un exemple: Un questionnaire de satisfaction



Latent variables	Manifest variables
Image ( $\xi_1$ )	<ul style="list-style-type: none"> <li>(a) It can be trusted in what it says and does</li> <li>(b) It is stable and firmly established</li> <li>(c) It has a social contribution for the society</li> <li>(d) It is concerned with customers</li> <li>(e) It is innovative and forward looking</li> </ul>
Customer expectations of the overall quality ( $\xi_2$ )	<ul style="list-style-type: none"> <li>(a) Expectations for the overall quality of "your mobile phone provider" at the moment you became customer of this provider</li> <li>(b) Expectations for "your mobile phone provider" to provide products and services to meet your personal need</li> <li>(c) How often did you expect that things could go wrong at "your mobile phone provider"</li> </ul>
Perceived quality ( $\xi_3$ )	<ul style="list-style-type: none"> <li>(a) Overall perceived quality</li> <li>(b) Technical quality of the network</li> <li>(c) Customer service and personal advice offered</li> <li>(d) Quality of the services you use</li> <li>(e) Range of services and products offered</li> <li>(f) Reliability and accuracy of the products and services provided</li> <li>(g) Clarity and transparency of information provided</li> </ul>
Perceived value ( $\xi_4$ )	<ul style="list-style-type: none"> <li>(a) Given the quality of the products and services offered by "your mobile phone provider" how would you rate the fees and prices that you pay for them?</li> <li>(b) Given the fees and prices that you pay for "your mobile phone provider" how would you rate the quality of the products and services offered by "your mobile phone provider"?</li> </ul>
Customer satisfaction ( $\xi_5$ )	<ul style="list-style-type: none"> <li>(a) Overall satisfaction</li> <li>(b) Fulfillment of expectations</li> <li>(c) How well do you think "your mobile phone provider" compares with your ideal mobile phone provider?</li> </ul>
Customer complaints ( $\xi_6$ )	<ul style="list-style-type: none"> <li>(a) You complained about "your mobile phone provider" last year. How well, or poorly, was your most recent complaint handled or</li> <li>(b) You did not complain about "your mobile phone provider" last year. Imagine you have to complain to "your mobile phone provider" because of a bad quality of service or product. To what extent do you think that "your mobile phone provider" will care about your complaint?</li> </ul>
Customer loyalty ( $\xi_7$ )	<ul style="list-style-type: none"> <li>(a) If you would need to choose a new mobile phone provider how likely is it that you would choose "your provider" again?</li> <li>(b) Let us now suppose that other mobile phone providers decide to lower their fees and prices, but "your mobile phone provider" stays at the same level as today. At which level of difference (in %) would you choose another mobile phone provider?</li> <li>(c) If a friend or colleague asks you for advice, how likely is it that you would recommend "your mobile phone provider"?</li> </ul>

On demande de donner une valeur de de 1 à 10. 1 exprime un point très négatif de vue sur le produit, 10 une opinion très positive.