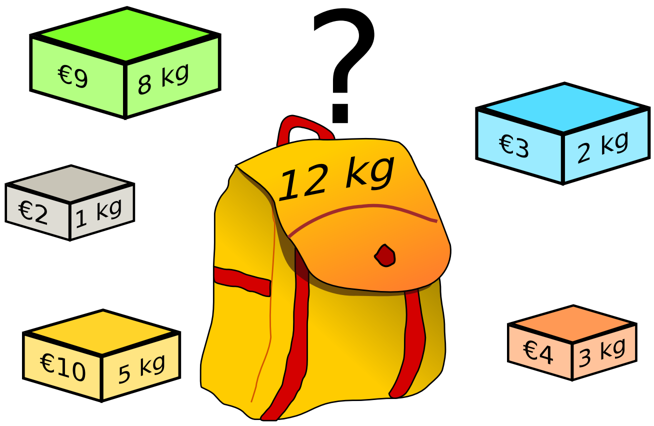
TD-TP : Décisions optimales problèmes de nature discrète

Exercice 1 Soit le sac-à-dos dans l'image. On veut choisir les articles qui maximisent le bénéfice sans dépasser la capacité de poids (12g). Chaque article peut être sélectionné au maximum deux fois (on peut le sélectionner 0 fois, 1 fois ou deux fois). On ajoute aussi la contrainte suivante : on n'a pas le droit de prendre plus de 3 articles.

1. Écrire d'abord le modèle mathématique dans l'espace ci-dessous
2. Résolvez le problème avec un des langages ci-dessous

Julia Vous pouvez installer ce langage sur votre machine, ainsi que le package `Jump` et un solveur (soit `Cbc` ou `Glpk`). Une autre possibilité est d'utiliser l'image d'une machine virtuelle `Linux` où tout est installé ; allez à `http://cedric.cnam.fr/~porumbed/vboxjulia/`

Glpk Vous pouvez vous connecter au site ci-dessous et y écrire votre code : `http://cocoto.github.io/glpk-online/`



Exercice 2 Nous considérons que le sac à dos est un peu souple ou élastique : la contrainte de poids peut être légèrement violée. Vous pouvez dépasser la capacité et faire un effort pour porter un poids supplémentaire de $c <= 2$. Mais cela a un coût. En dépassant la capacité d'un montant de c, le bénéfice est diminué de $0.1 \cdot c$. Modélisez ce nouveau problème en utilisant cette nouvelle variable c (est-elle entière ou réelle ?). Écrire d'abord le modèle mathématique dans l'espace ci-dessous. Résolvez ce nouveau problème avec Julia/Glpk.

Exercice 3 Nous considérons que les trois articles à gauche ont un volume de 5 litres. Les deux articles à droite ont un volume de 4 litres. Le sac à dos une capacité de volume de 12 litres. Résolvez ce nouveau problème avec Julia/Glpk.

Exercice 4 Nous considérons le problème suivant, où x et y sont des variables réelles non négatives. La zone réalisable (espace de solutions) est représentée à droite. Observez la solution optimale dans l'image. Elle se trouve à l'intersection des deux droites. La solution optimale satisfait donc $x + y = 5$ et $10x + 6y = 45$. Calculer le x^* et le y^* qui résolvent ce système, pour déterminer la solution optimale. Quelle est la valeur de la fonction objectif ?

$$\max 5x + 4y$$
$$x + y \leq 5$$
$$10x + 6y \leq 45$$

Exercice 5 Résolvez ce modèle grâce au langage de programmation choisi et vérifiez votre réponse à la question précédente. Avez vous trouvé la même solution optimale (x^*, y^*) ?

Exercice 6 Résolvez le même problème en nombres entiers. Vous allez obtenir une solution entière (x^i, y^i). Peut-on dire que (x^i, y^i) et le point entier le plus proche de la solution optimale en nombre réels (x^*, y^*) ?