Ingénierie de la fouille et de la visualisation de données massives (RCP216)

Recherche et jointure par similarité. Systèmes de recommandation

Michel Crucianu
(prenom.nom@cnam.fr)
http://cedric.cnam.fr/vertigo/Cours/RCP216/

Département Informatique
Conservatoire National des Arts & Métiers, Paris, France

28 février 2023

Plan du cours

Recherche et jointure par similarité : intérêt

- Exemples d'utilisation de la similarité :
  - Recommandation pour le commerce en ligne : proposer à un client des produits achetés par d'autres clients ayant des profils d'achat similaires
  - Services de recommandation (films, musique) : proposer à un client des articles similaires à d'autres articles qu'il a appréciés
  - Services d'information sur le web : identifier les textes très similaires issus d'agences de presse ou d'autres sites d'informations afin d'en proposer un seul
- Recherche ou jointure ?
  - Recherche : trouver les données similaires à une donnée « requête »
    $\Rightarrow$ complexité $O(N) \rightarrow$ complexité $O(\log N)$ ou $O(1)$
  - Jointure : trouver les paires de données très similaires ($\rightarrow$ graphe $\rightarrow$ cliques ou composantes connexes)
    $\Rightarrow$ complexité $O(N^2) \rightarrow$ complexité $O(N \log N)$ ou $O(N)$

Distance cosinus

(ou distance angulaire dans certaines sources)

- Souvent, la description des données est hybride :
  1. Ensembles d'articles, étiquettes (*tags*), mots, etc. L'ensemble associé à une donnée peut être très grand (par ex. client actif, de longue date) ou très petit (par ex. nouveau client)
  2. Variables nominales (à modalités) : genre (classique, policier, SF…), pays, navigateur web utilisé, mode de paiement…
  3. Variables quantitatives : nombre de pages, montant total déjà dépensé, fréquence des achats…
- Quelle distance employer ?
  - Distance euclidienne : peu adaptée à (1)
  - Distance issue de l'indice de Jaccard : peu adaptée à (3)
  - Distance cosinus : peut cumuler les contributions des différents types de descriptions (les ensembles seront représentés par leurs vecteurs caractéristiques)

    $\mathcal{D} = \mathbb{R}^m$, $d_{\cos}(\mathbf{x}, \mathbf{y}) = \arccos \frac{\mathbf{x}^T \cdot \mathbf{y}}{\|\mathbf{x}\| \cdot \|\mathbf{y}\|}$ (parfois divisée par π pour être dans l'intervalle $[0, 1]$)

    - Cumul de plusieurs types de descriptions $\rightarrow$ il faut choisir leurs pondérations relatives !

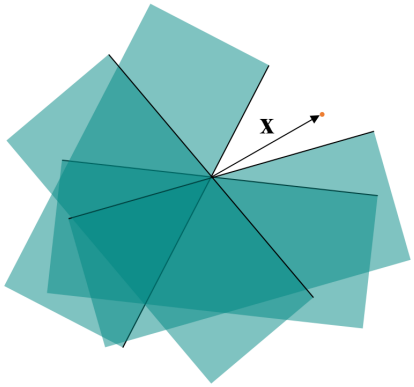
LSH pour la distance cosinus

- Fonctions élémentaires $h \in \mathcal{H}_{\cos}$, $h : \mathbb{R}^m \to \{0, 1\}$,

$$h_{\mathbf{v}}(\mathbf{x}) = \begin{cases} 1 & \mathbf{x}^T \cdot \mathbf{v} \geq 0 \\ 0 & \mathbf{x}^T \cdot \mathbf{v} < 0 \end{cases} \quad (1)$$

  avec $\mathbf{v} \in \mathbb{R}^m$ tiré suivant la loi uniforme sur l'hypersphère unité
- $\mathcal{H}_{\cos}$ est un ensemble de fonctions de hachage $(r_1, r_2, 1 - \frac{r_1}{\pi/2}, 1 - \frac{r_2}{\pi/2})$-sensibles

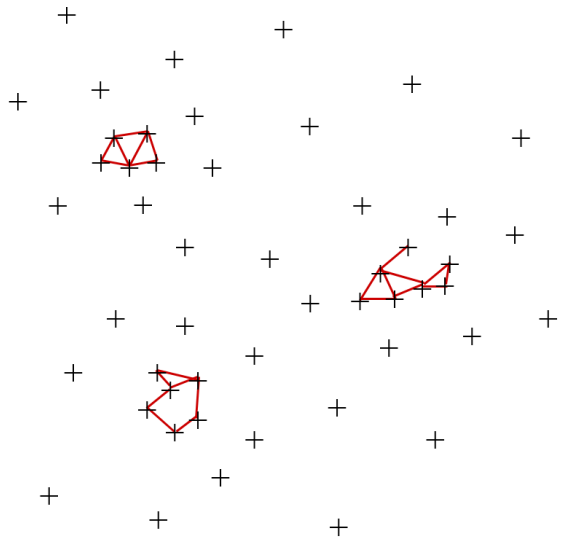
  Justification : $h_{\mathbf{v}}(\mathbf{x}) \neq h_{\mathbf{v}}(\mathbf{y})$ si l'hyperplan dont le vecteur normal est $\mathbf{v}$ passe entre $\mathbf{x}$ et $\mathbf{y}$; cela arrive avec une probabilité $\frac{d_{\cos}(\mathbf{x},\mathbf{y})}{\pi/2}$ $\Rightarrow$ probabilité de collision est $1 - \frac{d_{\cos}(\mathbf{x},\mathbf{y})}{\pi/2}$
- Exemple dans $\mathbb{R}^2$, avec 4 fonctions élémentaires :



(Auto-)jointure par similarité

- Rappel : auto-jointure avec seuil de distance θ, ensemble de N données $\mathcal{D}$:

$$K_\theta = \{(\mathbf{x}, \mathbf{y}) | \mathbf{x}, \mathbf{y} \in \mathcal{D}, d(\mathbf{x}, \mathbf{y}) \leq \theta\} \quad (2)$$



Auto-jointure par similarité avec *LSH*

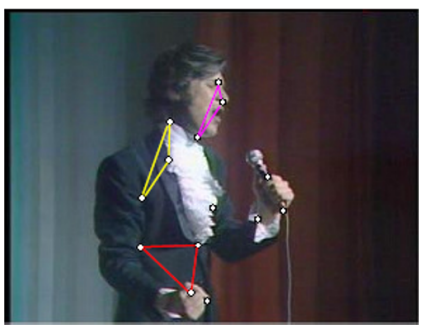
1. Choix de fonctions de hachage suivant la distance utilisée, réglage de l'« amplification » en fonction du seuil de distance θ, ainsi que du coût de calcul et de stockage qui augmentent avec n (nombre de fonctions par table de hachage) et avec t (nombre de tables) $\rightarrow h_{\texttt{OR},\texttt{AND}}$
2. Application de la fonction de hachage à toutes les données ; pour chaque valeur de $h_{\texttt{OR},\texttt{AND}}$, les données pour lesquelles le *hash* a cette valeur forment un *bucket*
3. Pour chaque *bucket* non vide, calcul des distances $d(\mathbf{x}, \mathbf{y})$ uniquement entre données du *bucket*

$\Rightarrow$ Évite de calculer la distance entre des données qui ne sont pas suffisamment similaires

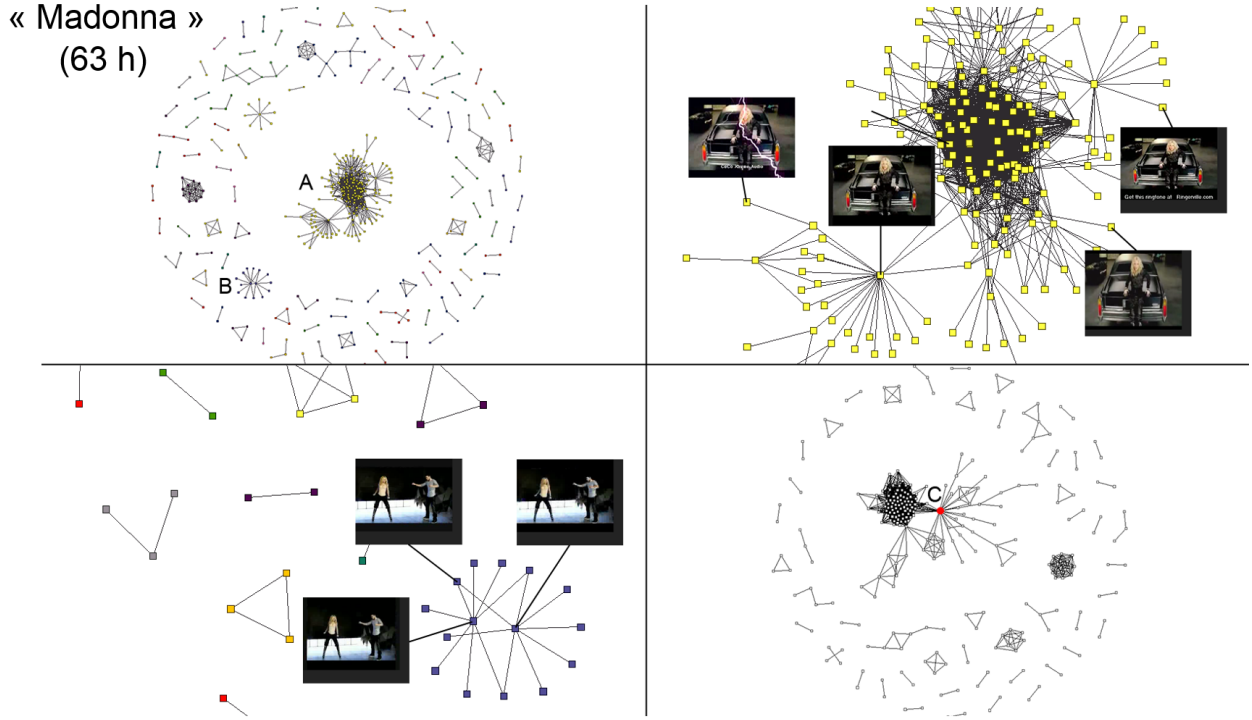
$\Rightarrow$ Complexité : $O(N)$ pour étape (2) ; pour étape (3), borne inférieure qui dépend de la taille du résultat

Exemple d'auto-jointure par similarité avec LSH

- Objectif : trouver des séquences vidéo dupliquées avec transformations
- Données : trames des vidéos d'une grande base
- Description de chaque trame : extraction et description de « points d'intérêt »
- Similarité : configuration géométrique de triplets de points d'intérêt
- LSH $\leftarrow$ indice de Jaccard appliqué aux ensemble des triplets de points $+$ prise en compte de la géométrie

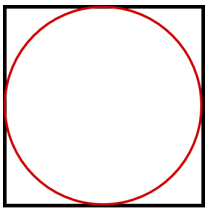


Exemple d'auto-jointure par similarité avec LSH (2)



La « malédiction de la dimension » (*curse of dimensionality*)

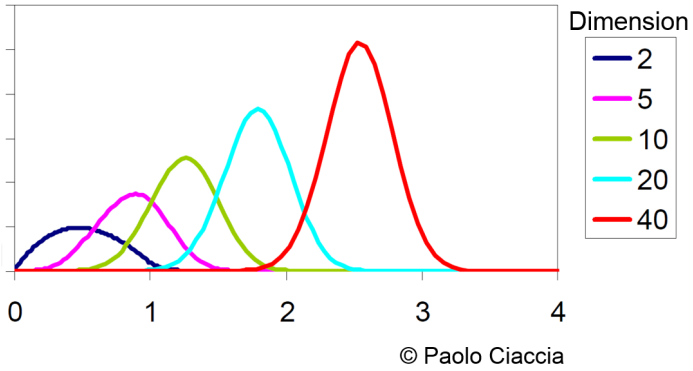
- A nombre de données fixé, la densité diminue exponentiellement avec la dimension
  $\Rightarrow$ problèmes pour l'estimation de densités, tests statistiques
- Les données uniformément distribuées dans des volumes en dimension d sont proches des hypersurfaces externes (de dimension $d-1$)



Dimension	Vol. sphère / vol. cube englobant
1	1
2	0,78732
4	0,329707
6	0,141367
8	0,0196735
10	0,00399038

La « malédiction de la dimension » (2)

- La variance de la distribution des distances diminue avec l'augmentation de la dimension (« concentration des mesures »)
  - ⇒ problèmes pour l'exploitation des distances : kNN, classification automatique
  - ⇒ l'intérêt d'une recherche avec index diminue par rapport à une recherche exhaustive



Plan du cours

Systèmes de recommandation

- Définition du problème :
  - Deux types d'entités : « utilisateurs » (*users*) et « articles » (*items*)
  - Chaque utilisateur peut choisir et/ou noter plusieurs articles
  - Données représentées sous forme matricielle (« utilités ») : 1 ligne par utilisateur, 1 colonne par article
    - Données explicites (par ex. achats, notes) : matrice très creuse
    - Données implicites (par ex. pages visualisées et durées de visualisation) : matrice mieux remplie

	A1	A2	A3	A4	A5	A6	A7	…
U1	9						2	
U2	2		8				7	
U3					4			
…								

  - Objectif : prédire les valeurs manquantes de la matrice ; lorsqu'il s'agit de notes, ce sont en général les valeurs élevées qui intéressent

Systèmes de recommandation : approches générales

1. Similarité de contenu (*content-based filtering*) : proposer à l'utilisateur des articles qui correspondent à son profil
   - Accès nécessaire à des descriptions des articles
   - Construction de profils d'utilisateurs à partir de caractéristiques des articles qu'ils ont déjà choisis (ou notés avec une note élevée) et d'informations *a priori*
   - Difficultés à traiter les nouveaux utilisateurs, à extrapoler d'un domaine à un autre (par ex. de la musique aux livres)
2. Filtrage collaboratif : proposer à l'utilisateur des articles choisis (ou bien notés) par les utilisateurs similaires
   - Aucune connaissance intrinsèque des articles n'est nécessaire
   - Similarités entre utilisateurs à partir des articles choisis, similarités entre articles à partir des utilisateurs qui les ont choisis
   - Difficultés à traiter les nouveaux utilisateurs et les nouveaux articles
3. Hybride : combinaison de plusieurs méthodes, dont les deux précédentes

Voir aussi

[2] pour une synthèse générale plus ancienne

[5] pour une synthèse sur les systèmes utilisant l'apprentissage profond

[1] pour une synthèse sur la recommandation d'articles de recherche

Description des articles et profils des utilisateurs

- Articles :
  - Description initiale : ensembles (par ex. acteurs, réalisateur), variables nominales (par ex. genre), variables quantitatives (par ex. budget réalisation)
  - Pondération des variables : par degré de présence et potentiel discriminant (par ex. $tf \times idf$ pour éléments d'ensembles), par potentiel explicatif (par ex. homogénéité de la note donnée par des utilisateurs similaires)
  - Réduction de dimension : résumer les variables initiales par un plus petit nombre de variables (révéler des « facteurs »)
- Utilisateurs :
  - Construction d'un profil agrégé de même nature (avec les mêmes variables) que les descriptions des articles
  - Pourquoi : facilite la comparaison avec des descriptions d'articles
  - Comment : cumul des descriptions des articles précédemment choisis (et/ou notés) ; si article noté, pondération de sa description par la note
  - Alternative : construction de modèle décisionnel plutôt que profil agrégé

Recommandation par similarité de contenu

1. Emploi direct de la similarité entre profil utilisateur et description article :
   1. Faire des suggestions à un utilisateur : recherche par similarité, avec comme « requête » le profil de l'utilisateur
   2. Campagne promotionnelle (*push*) : jointure par similarité {ensemble profils utilisateurs} $\leftrightarrow$ {ensemble descriptions articles}
2. Mise en œuvre de modèles décisionnels :
   - Un modèle par utilisateur, construit à partir des données
   - Objectif : prédire les articles auxquels l'utilisateur devrait donner des notes élevées
   - Permettent d'obtenir des fonctions de décision plus complexes
   - Un modèle décisionnel exige un volume de données plus important *par utilisateur* qu'un simple profil agrégé

Filtrage collaboratif

- Les utilisateurs, comme les articles, sont décrits essentiellement (ou exclusivement) par le contenu de la matrice de données

	A1	A2	A3	A4	A5	A6	A7	...
U1	9						2	
U2	2		8				7	
U3					4			

  - Chaque utilisateur est décrit par son « profil ligne »
  - Chaque article est décrit par son « profil colonne »

Filtrage collaboratif : approches

1. Basés sur la similarité (*memory-based*) :
   - La matrice de notes est en général « normalisée » :
     - Moyenne nulle par utilisateur (ligne) pour équilibrer les « niveaux d'exigence »
     - Sans modification par article (colonne) pour prendre en compte leur « qualité intrinsèque »
   - Comparer les lignes (utilisateurs) ou les colonnes (articles) : distance cosinus, corrélation linéaire

   A. *User-based* :
      1. Trouver les utilisateurs les plus « représentatifs » (par ex. les k les plus similaires) à l'utilisateur cible u
      2. Agréger leurs choix pour faire des propositions à u (par ex. les articles les plus choisis ou les mieux notés par ces k « voisins »)

      - Difficulté : plus de diversité parmi les utilisateurs, par ex. x et y similaires sur classique, x apprécie classique et jazz, y apprécie classique mais pas jazz $\Rightarrow$ échec si on propose à y le jazz qu'apprécie x

Filtrage collaboratif : approches (2)

1. Basés sur la similarité (*memory-based*) - suite :
   B. *Item-based* :
      1. Examiner les articles a_i choisis (ou bien notés) par l'utilisateur u
      2. Proposer à u les articles les plus similaires aux a_i (c'est à dire choisis ou bien notés ensemble par d'autres utilisateurs)

      - Difficultés : peu d'articles notés pas un même utilisateur $\rightarrow$ difficultés de discrimination ; dimension plus élevée des « profils » articles (car en général beaucoup plus d'utilisateurs que d'articles) $\rightarrow$ malédiction de la dimension
2. Basés sur un modèle (*model-based*) : développement d'un modèle (catégorisation utilisateurs et articles, facteurs latents, etc.) à partir de la matrice de données et prise de décision sur la base de ce modèle
3. Hybrides : combinaisons des deux précédentes

Filtrage collaboratif basé sur la factorisation matricielle

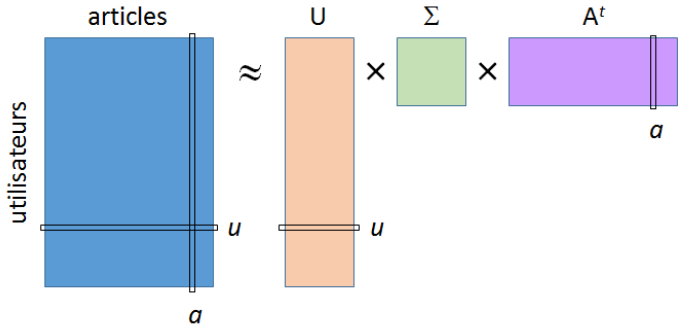
- Famille de méthodes dans le cadre de l'approche basée sur un modèle
- Principe : chercher des facteurs latents, en nombre relativement faible ($\sim 10^2$), qui expliquent les notes observées (le contenu de la matrice de données)
  - Articles et utilisateurs décrits par des vecteurs de même dimension, donnée par le nombre de facteurs latents considérés
  - Chaque article est décrit par des valeurs prises par les facteurs latents
  - Chaque utilisateur est décrit par les contributions de ces facteurs latents à la note qu'il donnerait à un article

Filtrage collaboratif basé sur la factorisation matricielle (2)

- Une des premières méthodes envisagées : décomposition en valeurs singulières (SVD) de la matrice utilisateurs-articles $\mathbf{X}$ avec approximation de rang réduit

  $\mathbf{X} \simeq \mathbf{U} \cdot \Sigma \cdot \mathbf{A}^t$

  Σ est diagonale et indique les poids des facteurs
  - Chaque colonne de $\mathbf{A}^t$ est la représentation « réduite » d'un article
  - Chaque ligne de $\mathbf{U}$ est la représentation « réduite » d'un utilisateur



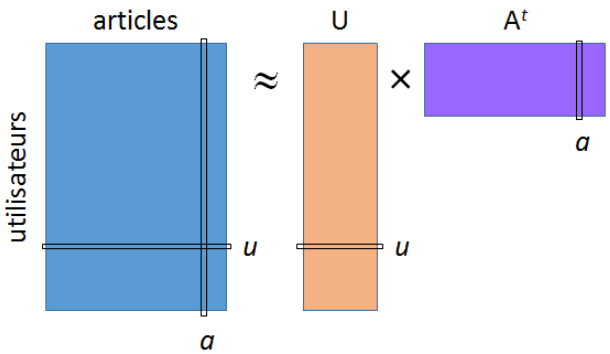
- Difficulté majeure : la matrice utilisateurs-articles ($\mathbf{X}$) est très creuse, les valeurs absentes sont manquantes et non assimilables à 0 (ou autre valeur prédéfinie)

Filtrage collaboratif basé sur la factorisation matricielle (3)

- Factorisation régularisée (voir par ex. [4], [3]) : approximation de rang réduit tenant compte seulement des valeurs présentes dans la matrice $\mathbf{X}$, avec régularisation

$$\min_{\mathbf{u}_i, \mathbf{a}_j} \sum_{\text{Present}(i,j)} (x_{ij} - \mathbf{u}_i^T \cdot \mathbf{a}_j)^2 + \lambda(\sum_i \|\mathbf{u}_i\|^2 + \sum_j \|\mathbf{a}_j\|^2) \quad (3)$$

$\mathbf{u}_i$ est la représentation « réduite » d'un utilisateur
$\mathbf{a}_j$ est la représentation « réduite » d'un article
λ contrôle la régularisation



Filtrage collaboratif basé sur la factorisation matricielle (4)

- Minimisation par algorithmes itératifs : moindres carrés alternés (dans Spark, par ex.) ou descente de gradient stochastique
- Après avoir trouvé les $\mathbf{u}_i$ et $\mathbf{a}_j$ pour tous les utilisateurs et respectivement articles, la prédiction de la note de k à l (non connue) est $x_{kl} = \mathbf{u}_k^T \cdot \mathbf{a}_l$
- La factorisation régularisée (3) et son algorithme de résolution itérative permettent d'intégrer dans le modèle d'autres aspects (voir par ex. [3]) :
  - Modélisation d'un biais par utilisateur (plutôt que la solution simple de « normalisation » mentionnée plus haut) et d'un biais par article :
    $\min_{\mathbf{u}_i,\mathbf{a}_j,b_\mathbf{u},b_\mathbf{a}} \sum_{\text{Present}(i,j)} (x_{ij} - \mu - b_{\mathbf{u}_i} - b_{\mathbf{a}_j} - \mathbf{u}_i^T \cdot \mathbf{a}_j)^2 +$
    $\lambda \left[\sum_i (\|\mathbf{u}_i\|^2 + b_{\mathbf{u}_i}^2) + \sum_j (\|\mathbf{a}_j\|^2 + b_{\mathbf{a}_j}^2) \right]$
    μ : moyenne globale, $b_{\mathbf{u}_i}$: biais pour utilisateur i, $b_{\mathbf{a}_j}$: biais pour article j
  - Modélisation de niveaux de confiance :
    $\min_{\mathbf{u}_i,\mathbf{a}_j,b_\mathbf{u},b_\mathbf{a}} \sum_{\text{Present}(i,j)} c_{ij} (x_{ij} - \mu - b_{\mathbf{u}_i} - b_{\mathbf{a}_j} - \mathbf{u}_i^T \cdot \mathbf{a}_j)^2 +$
    $\lambda \left[\sum_i (\|\mathbf{u}_i\|^2 + b_{\mathbf{u}_i}^2) + \sum_j (\|\mathbf{a}_j\|^2 + b_{\mathbf{a}_j}^2) \right]$
    c_{ij} : confiance dans la note donnée par l'utilisateur i à l'article j (ou plus généralement une pondération de cette note)

Le filtrage collaboratif dans Spark

- Méthode implémentée : factorisation régularisée (3) modifiée
  - Suivant [6], modification de la régularisation :
    $\min_{\mathbf{u}_i,\mathbf{a}_j} \sum_{\text{Present}(i,j)} (x_{ij} - \mathbf{u}_i^T \cdot \mathbf{a}_j)^2 + \lambda (\sum_i n_i \|\mathbf{u}_i\|^2 + \sum_j n_j \|\mathbf{a}_j\|^2)$
    n_i : nombre de notes données par l'utilisateur i
    n_j : nombre de notes reçues par l'article j
  - Minimisation de (3) modifiée par *Alternating Least Squares* (ALS) : itérations qui alternent deux phases
    1. $\mathbf{u}_i$ fixés, on obtient les $\mathbf{a}_j$ comme solution d'un système linéaire
    2. $\mathbf{a}_j$ fixés, on obtient les $\mathbf{u}_i$ comme solution d'un système linéaire
- Utile de regarder cet exemple de recommandation de films avec MLlib
- Il est par ailleurs facile de mettre en œuvre dans Spark la recherche par similarité, exhaustive ou avec LSH

Le filtrage collaboratif dans Spark (2)

- Explication de *Alternating Least Squares* (ALS) :
  - Rappel régression linéaire :
    - Problème à résoudre : trouver les paramètres $\mathbf{w}$ permettant de minimiser l'erreur quadratique $\|\hat{\mathbf{y}} - \mathbf{y}\|^2$ entre les prédictions du modèle $\hat{\mathbf{y}} = \mathbf{X}\mathbf{w}$ et les observations $\mathbf{y}$
    - Solution des moindres carrés (*least squares*) : $\mathbf{y} \approx \mathbf{X}\mathbf{w}^*$, où $\mathbf{w}^* = (\mathbf{X}^T\mathbf{X})^{-1}\mathbf{X}^T\mathbf{y}$ ($(\mathbf{X}^T\mathbf{X})^{-1}\mathbf{X}^T$ est la pseudo-inverse Moore-Penrose de $\mathbf{X}$ lorsque $\mathbf{X}^T\mathbf{X}$ est inversible)
  - Minimisation de (3) modifiée par moindres carrés alternés (*alternating least squares*) : alternance entre phase 1 et phase 2 jusqu'à la convergence
    1. Phase 1 : avec $\mathbf{U}$ fixée, pour tout j trouver $\mathbf{a}_j$ qui minimise $\|\mathbf{x}_j - \mathbf{U}\mathbf{a}_j\|^2 + \lambda n_j \|\mathbf{a}_j\|^2$ ($\mathbf{x}_j$ est la colonne j de $\mathbf{X}$, $\mathbf{a}_j$ la colonne j de $\mathbf{A}^T$) $\Rightarrow \mathbf{a}_j = (\mathbf{U}^T\mathbf{U} + \lambda n_j \mathbf{I})^{-1}\mathbf{U}^T\mathbf{x}_j$
    2. Phase 2 : avec $\mathbf{A}$ fixée, pour tout i trouver $\mathbf{u}_i$ qui minimise $\|\mathbf{x}_i - \mathbf{u}_i\mathbf{A}^T\|^2 + \lambda n_i \|\mathbf{u}_j^T\|^2$ ($\mathbf{x}_i$ est la ligne i de $\mathbf{X}$, $\mathbf{u}_i$ la ligne i de $\mathbf{U}$) $\Rightarrow \mathbf{u}_i^T = (\mathbf{A}^T\mathbf{A} + \lambda n_i \mathbf{I})^{-1}\mathbf{A}^T\mathbf{x}_i^T$

    - Convergence : le critère (3) n'est pas convexe en $(\mathbf{U}, \mathbf{A})$, en revanche pour $\mathbf{U}$ fixée il est convexe en $\mathbf{A}$ et pour $\mathbf{A}$ fixée il est convexe en $\mathbf{U}$ $\Rightarrow$ ALS converge vers un minimum pas nécessairement global $\Rightarrow$ utile de faire plusieurs essais avec des initialisations différentes
    - Initialisation de $\mathbf{U}$ et $\mathbf{A}$: par des matrices aléatoires de norme 1, à coefficients positifs (dans Spark)

Références I

J. Beel, B. Gipp, S. Langer, and C. Breitinger.

Research-paper recommender systems : a literature survey.
International Journal on Digital Libraries, pages 1–34, 2015.

J. Bobadilla, F. Ortega, A. Hernando, and A. Gutiérrez.

Recommender systems survey.
Know.-Based Syst., 46 :109–132, July 2013.

Y. Koren, R. Bell, and C. Volinsky.

Matrix factorization techniques for recommender systems.
Computer, 42(8) :30–37, Aug. 2009.

A. Paterek.

Improving regularized singular value decomposition for collaborative filtering.
In *Proc. KDD Cup Workshop at SIGKDD'07, 13th ACM Int. Conf. on Knowledge Discovery and Data Mining*, pages 39–42, 2007.

S. Zhang, L. Yao, and A. Sun.

Deep learning based recommender system : A survey and new perspectives.
CoRR, abs/1707.07435, 2017.

Références II

Y. Zhou, D. Wilkinson, R. Schreiber, and R. Pan.

Large-scale parallel collaborative filtering for the netflix prize.

In *Proceedings of the 4th International Conference on Algorithmic Aspects in Information and Management*, AAIM '08, pages 337–348, Berlin, Heidelberg, 2008. Springer-Verlag.