

Conservatoire National des Arts et Métiers

292 Rue St Martin 75141 Paris Cedex 03

INFORMATIQUE - CNAM, Paris
BASES DE DONNEES Relationnelles
SGBD 1/2 valeur B7, 19786

Exercices Dirigés

M. Scholl, B. Amann, P. Rigaux et D. Vodislav

20 septembre 2001

Table des matières

1	Conception	2
1.1	Interprétation de schémas entité/association	2
1.1.1	Centre médical	2
1.1.2	Tournoi de tennis	2
1.1.3	Un journal	3
1.2	Modèle réseau	4
1.3	Modèle relationnel	4
1.4	Rétro-conception	4
2	Algèbre Relationelle	5
2.1	Sélection et Projection	5
2.2	Jointure relationnelle	6
2.3	Auto-Jointure et Renommage	6
3	Algèbre : Compagnie d'Assurance	7
3.1	Schéma	7
3.2	Requêtes	7
4	Algèbre - SQL: Employés - Départements	9
4.1	Schéma	9
4.1.1	Relation des Employés (EMP)	9
4.1.2	Relation des Départements (DEPT)	9
4.2	Opérations Algébriques	9
4.3	Requêtes	10
4.3.1	Interrogation d'une seule Relation	10
4.3.2	Jointures	10
4.3.3	Valeurs Nulles, Tris, Groupes, Agrégats et Expressions	11
5	Algèbre - SQL : Appartements - Écoles	12
5.1	Schéma	12
5.2	Requêtes	13
5.3	Mise à jour	14
5.4	Contraintes	14
6	SQL : Fournisseurs - Produits - Clients	15
6.1	Schéma	15
6.2	Requêtes	16
7	Calcul - SQL - Algèbre : Cinémas - Films	17
7.1	Schéma	17
7.2	Requêtes	17
7.2.1	Interrogation d'une seule Relation	17
7.2.2	Jointures	17

7.2.3	Difference	18
7.2.4	Division	18
8	Décomposition	19
8.1	Calcul des Clés	19
8.2	Troisième Forme Normale	19
8.3	Décomposition sans Perte d'Information	20
8.4	Préservation des Dépendances Fonctionnelles	21
8.5	Forme Normale de Boyce-Codd	22
9	Organisation Physique	23
10	Algorithmes de Jointure	25
11	Optimisation de Requêtes	26
12	Concurrence	30
12.1	Sérialisabilité et recouvrabilité	30
12.1.1	Graphe de sérialisabilité et équivalence des exécutions	30
12.1.2	Recouvrabilité	30
12.2	Contrôle de concurrence	31
12.2.1	Verrouillage à 2 phases	31
12.2.2	Estampillage et la règle de Thomas	31
12.2.3	Comparaison des méthodes de contrôle de concurrence	31
12.3	Reprise après panne	31
12.3.1	Journalisation	31
12.4	Concurrence: Gestion Bancaire	32

Chapitre 1

Conception

1.1 Interprétation de schémas entité/association

1.1.1 Centre médical

On vous donne un schéma E/A (figure 1.1) représentant des visites dans un centre médical. Répondez aux questions suivantes **en fonction des caractéristiques de ce schéma** (i.e.: indiquez si la situation décrite est représentable, indépendamment de sa vraisemblance).

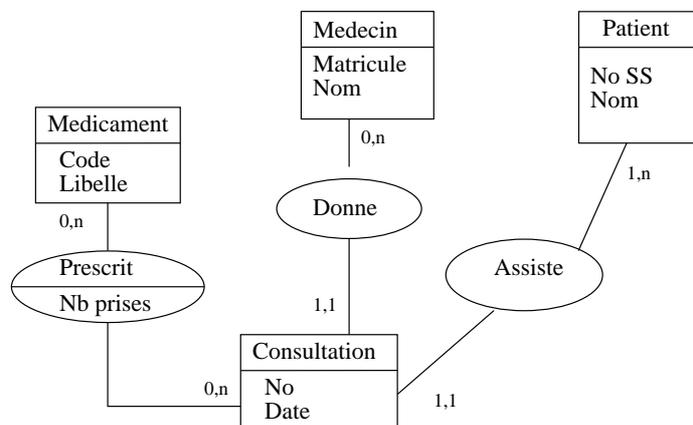


FIG. 1.1 – Centre médical

Exercice A : Un patient peut-il effectuer plusieurs visites ?

Exercice B : Un médecin peut-il recevoir plusieurs patients dans la même consultation ?

Exercice C : Peut-on prescrire plusieurs médicaments dans une même consultation ?

Exercice D : Deux médecins différents peuvent-ils prescrire le même médicament ?

1.1.2 Tournoi de tennis

Le second schéma (figure 1.2) représente des rencontres dans un tournoi de tennis.

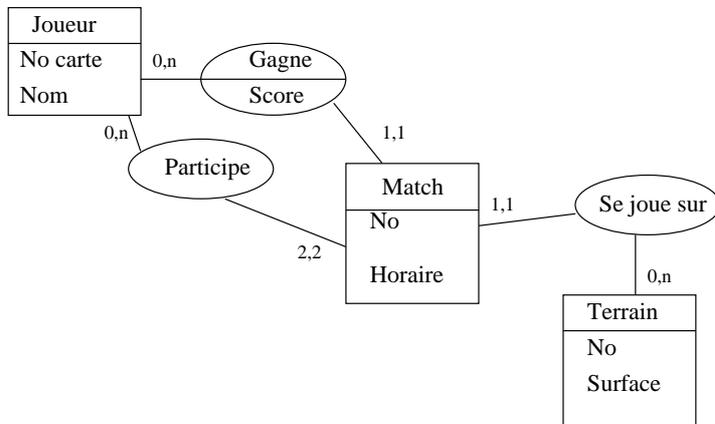


FIG. 1.2 – Tournoi de tennis

Exercice A : Peut-on jouer des matchs de double ?

Exercice B : Un joueur peut-il gagner un match sans y avoir participé ?

Exercice C : Peut-il y avoir deux matchs sur le même terrain à la même heure ?

1.1.3 Un journal

Pour vous entraîner : voici le schéma E/A (figure 1.3 du système d'information (très simplifié) d'un quotidien.

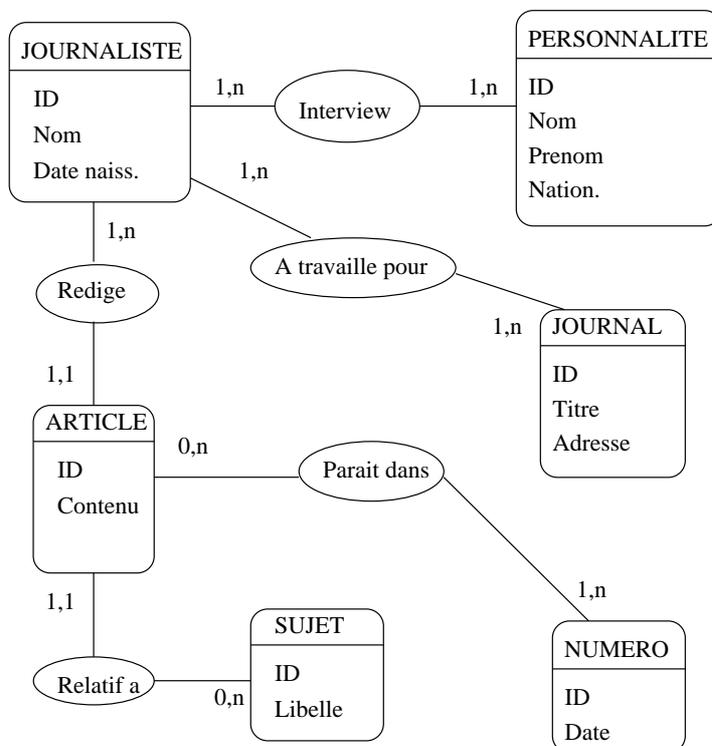


FIG. 1.3 – Journal

Exercice A : Un article peut-il être rédigé par plusieurs journalistes ?

Exercice B : Un article peut-il être publié plusieurs fois dans le même numéro ?

Exercice C : Peut-il y avoir plusieurs articles sur le même sujet dans le même numéro ?

Exercice D : ...

1.2 Modèle réseau

Exercice A : Pour chacun des schémas E/A donnés précédemment, construire le schéma réseau correspondant (types d'enregistrements et types de sets).

Exercice B : Exprimez les requêtes suivantes :

1. La liste des consultations du Dr Duchemin.
2. Les patients qui ont consulté le 15 mai 1997.
3. A quelles dates a-t-on prescrit de l'aspirine ?
4. Les joueurs qui ont gagné au moins un match.
5. Les joueurs qui se sont rencontrés dans un match.

1.3 Modèle relationnel

Exercice A : Pour chacun des schémas E/A donnés précédemment, construire le schéma relationnel correspondant. Indiquez précisément :

- La clé primaire.
- Les clés étrangères.
- Les contraintes éventuelles.

Exercice B : Donnez la commande **Create Table** pour les tables *Consultation* et *Match*.

Exercice C : Répondez aux mêmes requêtes que celles données pour le modèle réseau (en algèbre et en SQL).

1.4 Rétro-conception

On trouve dans un SGBD relationnel les relations ci-dessous. Les clés primaires sont soulignées, mais pas les clés étrangères.

IMMEUBLE (Adresse, Nb-étages, Date-construction, Nom-Gérant)

APPART (Adresse, Numéro, Type, Superficie, Etage)

PERSONNE (Nom, Age, Code-Profession)

OCCUPANT (Adresse, Numéro-Appart, Nom-Occupant, Date-arrivée, Date-départ)

PROPRIÉTÉ (Adresse, Nom-Propriétaire, Quote-part)

TYPE-APPART (Code, Libellé)

PROFESSION (Code, Libellé)

Exercice A : Identifier les clés étrangères dans chaque relation.

Exercice B : Reconstruire le schéma E/A.

Exercice C : Existe-t-il des contraintes d'intégrité ? Lesquelles ?

Exercice D : Certaines données du schéma relationnel résultent-elles d'optimisation ?

Chapitre 2

Algèbre Relationnelle

2.1 Sélection et Projection

Soit la relation

PERSONNE		
Nom	Age	Ville
Marc	29	Paris
Catherine	32	Lyon
Sophie	54	Paris
Claude	13	Montpellier
Serge	40	Lyon

Exercice A : Donnez les résultats des requêtes suivantes :

Requête 1 : $\sigma_{Age=30}(PERSONNE)$ (sélection)

Requête 2 : $\pi_{Age}(PERSONNE)$ (projection)

Requête 3 : $\pi_{Age}(\sigma_{Nom='Serge'}(PERSONNE))$ (projection, sélection)

Exercice B : Exprimez les requêtes suivantes en algèbre relationnelle:

Requête 1 : les personnes (nom, âge, ville) qui habitent Paris.

Requête 2 : les personnes (nom, âge, ville) qui ont moins de 30 ans.

Requête 3 : les villes dans la relation PERSONNE.

Requête 4 : les noms des personnes habitant à Paris.

2.2 Jointure relationnelle

Exercice A : Soient **R** et **S** les relations

R		S	
A	B	B	C
a	b	b	c
a	f	e	a
c	b	b	d
d	e	g	b

où les attributs A, B, C sont définis sur les domaines des lettres de l'alphabet.

Donnez le résultat des requêtes suivantes :

Requête 1 : $R \bowtie S$ (jointure naturelle).

Requête 2 : $\sigma_{A=C}(\rho_{B/B'}(R) \times S)$ (équi-jointure).

Requête 3 : $R \bowtie_{<} S = \pi_R(R \bowtie S)$ (semijoin).

Exercice B : Est-ce que les équations suivantes sont vraies ?

$$\pi_{A,B}(R \bowtie S) = R \quad (2.1)$$

$$\pi_{B,C}(R \bowtie S) = S \quad (2.2)$$

2.3 Auto-Jointure et Renommage

Soit **T**(A,B) une relation où A et B prennent leurs valeurs dans le même domaine. Supposons qu'on veuille sélectionner les seuls n-uplets $\langle a, b \rangle$ tels que $\langle b, a \rangle$ est également un n-uplet de **T**.

Exprimez cette opération par une expression de l'algèbre relationnelle.

Chapitre 3

Algèbre : Compagnie d'Assurance

3.1 Schéma

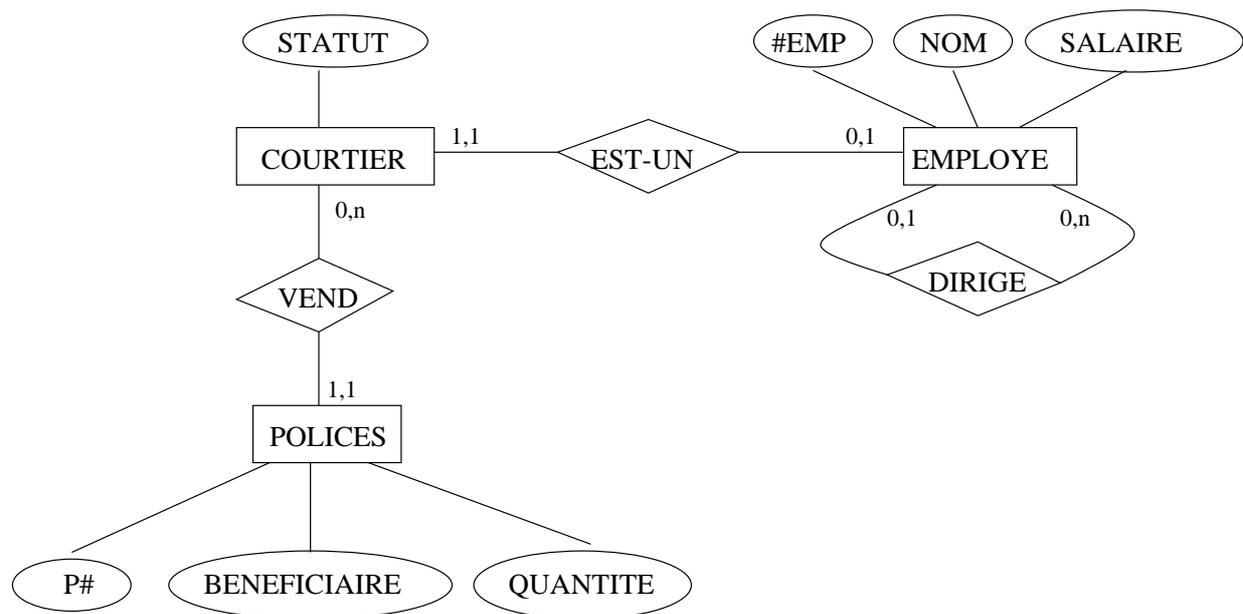


FIG. 3.1 – Compagnie d'assurances

Exercice A : décrire ce schéma Entité-Relation (en français)

Exercice B : représenter le diagramme Entité-Relation précédent dans le modèle relationnel.

3.2 Requêtes

Exercice A : exprimer les requêtes suivantes en algèbre relationnelle:

Requête 1 : les numéros des polices vendues à plus de 20 exemplaires.

Requête 2 : les noms des employés qui gagnent moins que 6000 francs.

Requête 3 : les noms de tous les courtiers.

Requête 4 : les bénéficiaires d'au moins 21 polices avec le même numéro (> 20).

Requête 5 : les noms de courtiers dirigés par l'employé 113.

Requête 6 : les salaires des courtiers stagiaires (STATUT='Stagiaire').

Chapitre 4

Algèbre - SQL: Employés - Départements

4.1 Schéma

Les exemples suivants sont tirés des sources de la société Oracle.

4.1.1 Relation des Employés (EMP)

EMP(ENO, ENOM, PROF, DATEEMB, SAL, COMM, DNO)

ENO : numéro d'employé, clé

ENOM : nom de l'employé

PROF : profession (directeur n'est pas une profession)

DATEEMB : date d'embauche

SAL : salaire

COMM : commission (un employé peut ne pas avoir de commission)

DNO : numéro de département auquel appartient l'employé

4.1.2 Relation des Départements (DEPT)

DEPT(DNO, DNOM, DIR, VILLE)

DNO : numéro de département, clé

DNOM : nom du département

DIR : directeur du département

VILLE : lieu du département (ville)

4.2 Opérations Algébriques

Soit l'exemple suivant :

	ENO	ENOM	PROF	DATEEMB	SAL	COMM	DNO
EMP	10	Joe	Ingénieur	1.10.93	4000	3000	3
	20	Jack	Technicien	1.5.88	3000	2000	2
	30	Jim	Vendeur	1.3.80	5000	5000	1
	40	Lucy	Ingénieur	1.3.80	5000	5000	3

	DNO	DNOM	DIR	VILLE
DEPT	1	Commercial	30	New York
	2	Production	20	Houston
	3	Développement	40	Boston

Exercice A : Calculer $\sigma_{sal < 5000}(EMP)$.

Exercice B : Calculer $EMPbis = \rho_{ENO/ENO'}(\pi_{ENO,COMM}(EMP))$

Exercice C : Calculer $\pi_{ENO,SAL}(EMP) \bowtie_{SAL=COMM}(EMPbis)$

Exercice D : Exprimer par une phrase ce qu'on obtient en évaluant les requêtes précédentes.

Exercice E : Quelle est l'expression de l'algèbre relationnelle qui permettrait d'obtenir le nom et la profession de l'employé de numéro 10.

Exercice F : Idem pour la liste des noms des employés qui travaillent à New York.

Exercice G : Idem pour avoir le nom du directeur du département "Commercial".

4.3 Requêtes

- Exprimer les requêtes Q1 à Q18 à l'aide de l'algèbre relationnelle.
- Exprimer en SQL les requêtes Q1 à Q24.

4.3.1 Interrogation d'une seule Relation

Requête 1 : Donner tous les n-uplets de DEPT.

Requête 2 : Donner tous les n-uplets de EMP.

Requête 3 : Donner les noms et les salaires des employés.

Requête 4 : Donner les professions des employés (après élimination des duplicats).

Requête 5 : Donner les dates d'embauche des techniciens.

4.3.2 Jointures

Requête 6 : Faire le produit cartésien entre EMP et DEPT.

Requête 7 : Donner les noms des employés et les noms de leur département.

Requête 8 : Donner les numéros des employés travaillant à BOSTON.

Requête 9 : Donner les noms des directeurs des départements 1 et 3. Attention : directeur n'est pas une profession!

Requête 10 : Donner les noms des employés travaillant dans un département avec au moins un ingénieur.

Requête 11 : Donner le salaire et le nom des employés gagnant plus qu'un (au moins un) ingénieur.

Requête 12 : Donner le salaire et le nom des employés gagnant plus que **tous les ingénieurs**.

Requête 13 : Donner les noms des employés et les noms de leurs directeurs.

Requête 14 : Trouver les noms des employés ayant le même directeur que JIM. Attention : un employé peut être directeur de plusieurs départements.

Requête 15 : Donner le nom et la date d'embauche des employés embauchés avant leur directeur; donner également le nom et la date d'embauche de leur directeur.

Requête 16 : Donner les départements qui n'ont pas d'employés.

Requête 17 : Donner les noms des employés du département COMMERCIAL embauchés le même jour qu'un employé du département PRODUCTION.

Requête 18 : Donner les noms des employés embauchés avant *tous* les employés du département 1.

Requête 19 : Donner les noms des employés ayant le même emploi et le même directeur que JOE.

4.3.3 Valeurs Nulles, Tris, Groupes, Agrégats et Expressions

Requête 20 : Donner la liste des employés ayant une commission.

Requête 21 : Donner les noms, emplois et salaires des employés par emploi croissant et, pour chaque emploi, par salaire décroissant.

Requête 22 : Donner le salaire moyen des employés.

Requête 23 : Donner le nombre d'employés du département PRODUCTION.

Requête 24 : Les numéros de département et leur salaire maximum?

Requête 25 : Donner les noms des employés ayant le salaire maximum de chaque département.

Requête 26 : Les professions et leur salaire moyen?

Requête 27 : Le salaire moyen le plus bas (par profession)?

Requête 28 : Donner les emplois ayant le salaire moyen le plus bas; donnez aussi leur salaire moyen.

Chapitre 5

Algèbre - SQL : Appartements - Écoles

5.1 Schéma

IMMEUBLE (ADI, NBETAGES, DATEC, PROP)
APPIM (ADI, NAPR, OCCUP, TYPE, SUPER, ETAGE)
PERSONNE (NOM, AGE, PROF, ADR, NAPR)
ÉCOLE (NOMECC, ADEC, NBCLASSES, DIR)
CLASSE (NOMECC, NCL, MAITRE, NBEL)
ENFANT (NOMP, PRENOM, AN, NOMECC, NCL)

avec la signification suivante :

1. Relation IMMEUBLE

ADI : adresse d'immeuble, clé; on fait l'hypothèse pour simplifier, que l'adresse identifie de manière unique un immeuble

NBETAGES : nombre d'étages d'un immeuble

DATEC : date de construction

PROP : nom du propriétaire de l'immeuble qui est une personne

2. Relation APPIM (Appartement)

ADI : adresse d'immeuble

NAPR : numéro d'appartement

OCCUP : occupant de l'appartement (nom de la personne)

TYPE : type de l'appartement (Studio, F2, ...)

SUPER : superficie de l'appartement

ETAGE : étage où se situe l'appartement

3. Relation PERSONNE

NOM : nom de personne, clé; on fait l'hypothèse pour simplifier, que ce nom est unique sur l'ensemble des personnes que l'on considère dans la base

AGE : âge de la personne

PROF : profession de la personne

ADR : adresse de la résidence d'une personne, il s'agit d'un immeuble

NAPR : numéro d'appartement

4. Relation ÉCOLE

NOME : nom d'une école, clé

ADEC : adresse d'une école

NBCLASSES : nombre de classes

DIR : nom du directeur

5. Relation CLASSE

NOME : nom d'une école

NCL : nom de la classe, e.g., CP1, CE2, CE3, etc...

MAITRE : nom de l'instituteur

NBEL : nombre d'élèves dans la classe

6. Relation ENFANT

NOMP : nom de la personne responsable de l'enfant, clé e.g., père, mère etc...

PRENOM : prénom de l'enfant

AN : année de naissance

NOME : nom d'une école

NCL : nom de la classe

La relation **IMMEUBLE** décrit un ensemble d'immeubles. Chaque immeuble a un propriétaire. La relation **APPIM** décrit pour chaque immeuble l'ensemble des appartements qui le compose. Chaque appartement peut héberger plusieurs personnes mais il y en a une qui est responsable (par exemple le locataire) et qui est désignée par le constituant **OCCUP**. Si l'appartement est inoccupé, ce constituant prend la valeur **NULL**. La relation **PERSONNE** décrit un ensemble de personnes. **ADR** et **NAPR** représentent l'adresse où réside une personne. Une personne peut avoir plusieurs enfants décrits par la relation **ENFANT**. Pour simplifier, on ne considère que les enfants allant à l'école primaire. Les écoles et les classes sont décrites dans les relations **ÉCOLE** et **CLASSE**.

5.2 Requêtes

Exprimer les requêtes suivantes à l'aide de l'algèbre relationnelle, puis les traduire en SQL.

Requête 1 : Donner l'adresse des immeubles ayant plus de 10 étages et construits avant 1970.

Requête 2 : Donner les noms des personnes qui habitent dans un immeuble dont ils sont propriétaires (occupants et habitants).

Requête 3 : Donner les noms des personnes qui ne sont pas propriétaires.

Requête 4 : Donner les adresses des immeubles possédés par des informaticiens dont l'âge est inférieur à 40 ans.

Requête 5 : Donner la liste des *occupants* (nom, âge, profession) des immeubles possédés par DUPONT.

Requête 6 : Donner le nom et la profession des propriétaires d'immeubles où il y a des appartements vides.

Requête 7 : Donner les noms des maîtres qui habitent dans le même immeuble (à la même adresse) qu'au moins un de leurs élèves (on suppose que les enfants vivent sous le même toit que leur responsable).

Requête 8 : Donner l'adresse de l'immeuble, la date de construction, le type d'appartement et l'étage où habitent chacun des maîtres des enfants de DUPONT.

Requête 9 : Donner le nom et l'âge des maîtres qui habitent dans un immeuble dont le propriétaire est responsable d'un de leurs élèves.

Requête 10 : Donner le nom et l'âge des personnes qui sont propriétaires mais qui ne sont ni maître ni directeur d'école.

5.3 Mise à jour

Requête 11 : Ajouter un enfant de nom **np**, de prénom **e**, né en **a** et l'inscrire à la classe **c** de l'école **ec**.

5.4 Contraintes

Indiquer de la façon la plus formelle possible certaines contraintes que les données de la base doivent respecter pour être conformes à la réalité modélisée ici.

Chapitre 6

SQL : Fournisseurs - Produits - Clients

6.1 Schéma

Les exemples suivants sont tirés du livre *A Guide to DB, Third Edition* de C.J. Date.

```
CREATE TABLE FOURNISSEUR
  ( F#           CHAR(5)           NOT NULL,
    FNOM         CHAR(20)          NOT NULL WITH DEFAULT,
    STATUS       SMALLINT          NOT NULL WITH DEFAULT,
    VILLE        CHAR(15)          NOT NULL WITH DEFAULT,
    PRIMARY KEY ( F# ) );

CREATE TABLE PRODUIT
  ( P#           CHAR(6)           NOT NULL,
    PNOM         CHAR(20)          NOT NULL WITH DEFAULT,
    COULEUR      CHAR(6)           NOT NULL WITH DEFAULT,
    POIDS        SMALLINT          NOT NULL WITH DEFAULT,
    PRIMARY KEY ( P# ) );

CREATE TABLE CLIENT
  ( C#           CHAR(6)           NOT NULL,
    CNOM         CHAR(20)          NOT NULL WITH DEFAULT,
    VILLE        CHAR(15)          NOT NULL WITH DEFAULT,
    PRIMARY KEY ( C# ) );

CREATE TABLE COMMANDE
  ( F#           CHAR(5)           NOT NULL,
    P#           CHAR(6)           NOT NULL,
    C#           CHAR(6)           NOT NULL,
    QTE          SMALLINT,
    PRIMARY KEY ( F#, P#, C# ) );

CREATE UNIQUE INDEX FX ON FOURNISSEUR ( F# );
```

6.2 Requêtes

Exprimer les requêtes suivantes en SQL.

Requête 1 : Toutes les informations sur les clients.

Requête 2 : Toutes les informations sur les clients à Paris.

Requête 3 : La liste triée des numéros des fournisseurs du client avec le numéro C1.

Requête 4 : Les commandes avec une quantité entre 300 et 750.

Requête 5 : Les commandes avec une quantité différente de NULL.

Requête 6 : Les numéros des clients qui sont situés dans une ville qui commence par "P".

Requête 7 : Les numéros des fournisseurs et des clients qui sont situés dans la même ville.

Requête 8 : Les numéros des fournisseurs et des clients qui ne sont pas situés dans la même ville.

Requête 9 : Les numéros des produits fournis par des fournisseurs Parisiens.

Requête 10 : Les numéros des produits fournis par des fournisseurs Parisiens à des clients Marseillais.

Requête 11 : Les couples de villes (v_i, v_j) tel qu'il existe au moins un fournisseur dans la ville v_i d'un client dans la ville v_j .

Requête 12 : Les numéros des produits fournis à des clients situés dans la même ville que leurs fournisseurs.

Requête 13 : Les numéros des clients qui ont au moins un fournisseur situé dans une autre ville.

Requête 14 : Les couples de produits qui sont fournis par le même fournisseur.

Chapitre 7

Calcul - SQL - Algèbre : Cinémas - Films

7.1 Schéma

Les exemples suivants sont tirés du livre *Foundations of Databases* de S. Abiteboul, R. Hull et V. Vianu.

SALLE (Nom, Horaire, Titre)
FILM (Titre, Réalisateur, Acteur)
PRODUIT (Producteur, Titre)
VU (Spectateur, Titre)
AIME (Spectateur, Titre)

Un film est réalisé par un metteur en scène mais peut être financé par plusieurs Producteurs. Un Spectateur peut aimer un film sans l'avoir vu.

7.2 Requêtes

Écrire les requêtes suivantes en algèbre relationnel, en calcul à variable n-uplet et en calcul à variable domaine.

7.2.1 Interrogation d'une seule Relation

Requête 1 : Dans quelle salle et à quelle heure peut on voir le film "Mad Max"?

Requête 2 : Quels sont les films réalisés par Orson Welles ?

Requête 3 : Quels sont les Acteurs du film "Ran"?

7.2.2 Jointures

Requête 4 : Dans quelles salles peut-on voir un film avec Simone Signoret ?

Requête 5 : Dans quelles salles peut on voir Marlon Brando après 16h ?

Requête 6 : Quels sont les Acteurs qui ont produit un film ?

Requête 7 : Quels sont les Acteurs qui ont produit un film dans lequel ils jouent ?

Requête 8 : Quels sont les Acteurs qui ont produit et réalisé un film ?

Requête 9 : Quels sont les Producteurs qui regardent les films qu'ils ont produits ?

7.2.3 Difference

Requête 10 : Quels films ne passent en ce moment dans aucune salle ?

Requête 11 : Quel est le résultat de la requête suivante (ATTENTION, la requête n'est pas saine!) ?

$$\{fx.Titre \mid FILM(fx) \wedge \forall sx(SALLE(sx) \wedge sx.Titre \neq fx.Titre)\}$$

Requête 12 : Quels Spectateurs aiment un film qu'ils n'ont pas vu ?

Requête 13 : Qui n'aime aucun film qu'il a vu ?

Requête 14 : Qui n'a produit aucun film de Doillon ?

Requête 15 : Qui a produit un film qui ne passe dans aucune salle ?

7.2.4 Division

Requête 15 : Quels Spectateurs ont vu tous les films ? (ou Spectateurs pour lesquels il n'existe pas un film qu'ils n'ont pas vu)

Requête 16 : Quels Acteurs jouent dans tous les films de Welles ? (ou Acteurs pour lesquels il n'existe pas un film de Welles qu'ils n'ont pas joué)

Requête 17 : Quels sont les Spectateurs qui aiment tous les films qu'ils ont vu ? (ou Spectateurs pour lesquels il n'existe pas un film qu'ils ont vu et qu'ils n'ont pas aimé)

Requête 18 : Quels sont les Producteurs qui voient tous les films qu'ils ont produit ? (ou Producteurs pour lesquels il n'existe pas un film qu'ils ont produit et qu'ils n'ont pas vu)

Requête 19 : Quels Producteurs voient tous les films de Kurosawa ? (ou Producteurs pour lesquels il n'existe pas un film de Kurosawa qu'ils n'ont pas vu)

Chapitre 8

Décomposition

8.1 Calcul des Clés

Exercice A : Soit le schéma relationnel $\mathcal{R}(A,B,C,D)$ avec les dépendances fonctionnelles $\mathcal{F} = \{AB \rightarrow C, B \rightarrow D, BC \rightarrow A\}$. Quelles sont les clés?

Exercice B : Soit le schéma relationnel $\mathcal{R}(A,B,C,D)$, $\mathcal{F} = \{A \rightarrow B, B \rightarrow C, A \rightarrow D, D \rightarrow C\}$. Montrer que A est la seule clé.

Exercice C : Soit le schéma relationnel $\mathcal{R}(A,B,C,D)$ et $\mathcal{F} = \{A \rightarrow B, B \rightarrow C, D \rightarrow B\}$. Trouver les clés.

Exercice D : Soit le schéma relationnel

$$\mathcal{R}(\text{Cours}, \text{Professeur}, \text{Horaire}, \text{Salle}, \text{Etudiant}, \text{Note})$$

$$\mathcal{F} = \{C \rightarrow P, HS \rightarrow C, HP \rightarrow S, CE \rightarrow N, HE \rightarrow S\}$$

Montrer que la seule clé est HE .

Exercice E : Soit le schéma relationnel $\mathcal{R}(A,B,C,D)$, $\mathcal{F} = \emptyset$. Quelles sont les clés?

8.2 Troisième Forme Normale

Exercice A : Est-ce que le schéma

$$\mathcal{R}(\text{Rue}, \text{Ville}, \text{CodePostal})$$

$$\mathcal{F} = \{RV \rightarrow C, C \rightarrow V\}$$

est en 3FN?

Définition 3FN: $\forall A \rightarrow X \in \mathcal{F} : A$ est une superclé **ou** X appartient à une clé.

Exercice B : Montrer que les schémas suivants ne sont pas en 3FN:

Schéma 1 :

$$\mathcal{R}(A,B,C,D)$$

$$\mathcal{F} = \{AB \rightarrow C, B \rightarrow D, BC \rightarrow A\}$$

Schéma 2 :

$$\mathcal{R}(A,B,C,D)$$
$$\mathcal{F} = \{A \rightarrow B, B \rightarrow C, A \rightarrow D, D \rightarrow C\}$$

Schéma 3 :

$$\mathcal{R}(C,P,H,S,E,N)$$
$$\mathcal{F} = \{C \rightarrow P, HS \rightarrow C, HP \rightarrow S, CE \rightarrow N, HE \rightarrow S\}$$

Schéma 4 :

$$\mathcal{R}(F,A,N,P)$$
$$\mathcal{F} = \{F \rightarrow A, FN \rightarrow P\}$$

Schéma 5 :

$$\mathcal{R}(M,A,D,R)$$
$$\mathcal{F} = \{MA \rightarrow D, MD \rightarrow R\}$$

8.3 Décomposition sans Perte d'Information

Exercice A : Soit le schéma relationnel $\mathcal{R}(A,B,C,D)$, $\mathcal{F} = \{A \rightarrow B, C \rightarrow D\}$ et la décomposition $\Delta = \{AB, CD\}$.

1. Montrer que Δ n'est pas une décomposition sans perte d'information.
2. Donner une décomposition sans perte d'information.

Exercice B : Soit le schéma relationnel

$$\mathcal{R}(\text{Fournisseur}, \text{Adresse}, \text{NomProd}, \text{Prix})$$
$$\mathcal{F} = \{F \rightarrow A, FN \rightarrow P\}$$

Trouver une décomposition sans perte d'information.

Exercice C : Soit le schéma relationnel

$$\mathcal{R}(\text{Magasin}, \text{Article}, \text{Dpartement}, \text{Responsable})$$
$$\mathcal{F} = \{MA \rightarrow D, MD \rightarrow R\}$$

1. Montrer que la seule clé est MA .
2. Trouver une décomposition sans perte d'information.

8.4 Préservation des Dépendances Fonctionnelles

Exercice A : Soit le schéma

$$\mathcal{R}(ABCD)$$

$$\mathcal{F} = \{AB \rightarrow C, B \rightarrow D, C \rightarrow A\}$$

1. Donner une décomposition qui préserve les dépendances de \mathcal{F} .
2. Est-ce que cette décomposition est sans perte d'information?

Exercice B : Soit le schéma

$$\mathcal{R}(ABCD)$$

$$\mathcal{F} = \{A \rightarrow B, B \rightarrow C, D \rightarrow B\}$$

et la décomposition

$$\Delta = (ACD, BD)$$

1. Est-ce que Δ préserve les dépendances de \mathcal{F} ?
2. Est-ce que les relations (ACD) et (BD) obtenues sont en 3FN?

Exercice C : Trouver des décompositions en relations qui sont en 3FN, décompositions qui préservent les dépendances et qui sont sans perte d'information, pour les schémas suivants :

Schéma 1 :

$$\mathcal{R}(ABCD)$$

$$\mathcal{F} = \{A \rightarrow B, B \rightarrow C, A \rightarrow D, D \rightarrow C\}$$

Schéma 2 :

$$\mathcal{R}(CPHSEN)$$

$$\mathcal{F} = \{C \rightarrow P, HS \rightarrow C, HP \rightarrow S, CE \rightarrow N, HE \rightarrow S\}$$

Schéma 3 :

$$\mathcal{R}(FANP)$$

$$\mathcal{F} = \{F \rightarrow A, FN \rightarrow P\}$$

Schéma 4 :

$$\mathcal{R}(MADR)$$

$$\mathcal{F} = \{MA \rightarrow D, MD \rightarrow R\}$$

Schéma 5 :

$$\mathcal{R}(ABCD)$$

$$\mathcal{F} = \{ABC \rightarrow D\}$$

Schéma 6 :

$$\mathcal{R}(ABCD)$$

$$\mathcal{F} = \{A \rightarrow B, A \rightarrow C, A \rightarrow D\}$$

Schéma 7 :

$$\mathcal{R}(ABCD)$$

$$\mathcal{F} = \{A \rightarrow B\}$$

Schéma 8 :

$$\mathcal{R}(ABCD)$$

$$\mathcal{F} = \{A \rightarrow B, B \rightarrow A, B \rightarrow D\}$$

8.5 Forme Normale de Boyce-Codd

Exercice A : Soit le schéma

$$\mathcal{R}(ABCD)$$

$$\mathcal{F} = \{AB \rightarrow C, B \rightarrow D, C \rightarrow A\}$$

1. Donner une décomposition sans perte d'information et qui préserve les dépendances de \mathcal{F} .
2. Est-ce que cette décomposition est en BCNF?

Exercice B : Parmi les schémas obtenus après la décomposition des schémas suivantes, trouver les décompositions en relations qui sont en BCNF.

Schéma 1 :

$$\mathcal{R}(ABCD)$$

$$\mathcal{F} = \{A \rightarrow B, B \rightarrow C, A \rightarrow D, D \rightarrow C\}$$

Schéma 2 :

$$\mathcal{R}(CPHSEN)$$

$$\mathcal{F} = \{C \rightarrow P, HS \rightarrow C, HP \rightarrow S, CE \rightarrow N, HE \rightarrow S\}$$

Schéma 3 :

$$\mathcal{R}(FANP)$$

$$\mathcal{F} = \{F \rightarrow A, FN \rightarrow P\}$$

Schéma 4 :

$$\mathcal{R}(MADR)$$

$$\mathcal{F} = \{MA \rightarrow D, MD \rightarrow R\}$$

Schéma 5 :

$$\mathcal{R}(ABCD)$$

$$\mathcal{F} = \{ABC \rightarrow D\}$$

Schéma 6 :

$$\mathcal{R}(ABCD)$$

$$\mathcal{F} = \{A \rightarrow B, A \rightarrow C, A \rightarrow D\}$$

Schéma 7 :

$$\mathcal{R}(ABCD)$$

$$\mathcal{F} = \{A \rightarrow B\}$$

Schéma 8 :

$$\mathcal{R}(ABCD)$$

$$\mathcal{F} = \{A \rightarrow B, B \rightarrow A, B \rightarrow D\}$$

Exercice C : Montre que le schéma

$$\mathcal{R}(\mathbf{Rue}, \mathbf{Ville}, \mathbf{CodePostal})$$

$$\mathcal{F} = \{RV \rightarrow C, C \rightarrow V\}$$

n'est pas en BCNF.

Chapitre 9

Organisation Physique

Exercice A : On prend ici comme exemple la relation **Directeur** (*nom_directeur, nom_film*).

1. Organisation Séquentielle : Expliquer l'organisation séquentielle et représenter un exemple sur la relation Directeur. Montrer le fichier après une insertion et après quelques suppressions d'articles.
2. Organisation Indexée : Montrer des exemples d'index non dense (primaire) et dense (secondaire) sur la relation Directeur.

Exercice B : Construire un index sur la date de naissance des musicien (arbre B, ordre 2) :

Monteverdi	1589
Couperin	1668
Bach	1685
Rameau	1684
Debussy	1862
Ravel	1875
Mozart	1756
Faure	1856

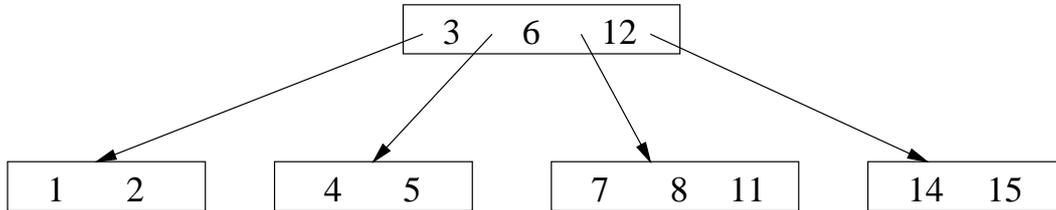
Exercice C : Construire un index sur les noms des musicien (arbre B, ordre 2).

Exercice D : Construire un arbre B+ d'ordre 2 sur les numéros de département.

3	Allier
36	Indre
18	Cher
9	Ariège
11	Aude
12	Aveyron
73	Savoie
55	Meuse
46	Lot
39	Jura
81	Tarn
25	Doubs
15	Cantal
51	Marne
42	Loire

Exercice E : Soit le fichier séquentiel suivant (on ne donne pour chaque article du fichier que la clé sur laquelle on construit l'arbre): 1 15 3 12 6 4 11 7 2 5 14 8 9 17 10 13 16. L'index en arbre B

d'ordre 2 après l'insertion des clés 1 15 3 12 6 4 11 7 2 5 14 8 est montré dans la figure suivante :



1. Donnez l'arbre résultant après l'insertion de tous les articles du fichier séquentiel.
2. Combien de nœuds différents (racine et feuilles compris) doit-on parcourir dans l'index pour répondre à la requête qui cherche les articles dont la clé appartient à l'intervalle [5,10].

Exercice F : Soit les fichiers séquentiels suivants (on ne donne pour chaque article du fichier que la clé sur laquelle on construit l'arbre) :

- 5, 29, 17, 68, 60, 43, 10, 11, 12, 20, 55, 30, 40, 50, 25.
- 100, 29, 170, 70, 600, 430, 99, 11, 13, 21, 550, 30, 400, 50, 25
- 2 15 30 28 12 4 18 19 24 29 13 27 9 20 3 32 21 23

1. Construire un index en arbre B d'ordre 2 pour chacun des fichier.
2. Construire un index en arbre B+ d'ordre 2 pour chacun des fichier.

Chapitre 10

Algorithmes de Jointure

Soit les relations suivantes:

- **Directeur**(*nom_directeur*, *nom_film*)
- **Acteur**(*nom_film*, *nom_acteur*)

Soit la requête suivante :

```
SELECT nom_directeur, nom_acteur
FROM Directeur Join Acteur
WHERE Directeur.nom_film = Acteur.nom_film
```

Pour évaluer cette requête, il faut calculer la jointure **Directeur** ⋈ **Acteur**. Pour l'exécution des jointures, décrivez et évaluez la complexité de l'algorithme avec boucles imbriquées et avec tri-fusion. Dans les deux cas on tiendra compte des mouvements entre mémoire centrale et disque et on évaluera le nombre d'entrées-sorties.

Exercice A : *Algorithme avec boucles imbriquées;*

Exercice B : *Algorithme avec tri-fusion;*

Chapitre 11

Optimisation de Requêtes

Exercice A : Soit la base STATION DE SKI de schéma:

```
hotel (noms, nomh, categorie, adresse, tel, nb_chambres)
station (noms, gare)
activite (type_activite, noms)
```

Pour chacune des requêtes suivantes, on demande:

1. l'arbre syntaxique de la requête
2. le plan d'exécution obtenu par la restructuration algébrique
3. le plan d'exécution obtenu par une optimisation globale.

Requête 1 : adresse, numéro de téléphone et nombre de chambres des hôtels de catégorie 3 dans la station de nom (*noms* 'persey').

```
SELECT adresse, tel, nb_chambres
FROM hotel
WHERE noms='persey' AND categorie=3;
```

Requête 2 : nom de station (*noms*) et la gare de la station pour les stations ayant pour activité le tennis.

```
SELECT noms, gare
FROM station, activite
WHERE type_activite = 'tennis'
AND station.noms=activite.noms
```

Exercice B : Soit le schéma suivant:

```
CREATE TABLE FILM (
    TITRE VARCHAR2(32),
    REALISATEUR VARCHAR2(32),
    ACTEUR VARCHAR2(32)
);
CREATE TABLE VU (
    SPECTATEUR VARCHAR2(32),
    TITRE VARCHAR2(32)
);
```

Soit la requête SQL:

```
SELECT ACTEUR, REALISATEUR
FROM FILM, VU
WHERE FILM.TITRE=VU.TITRE
```

Dans chacun des cas suivants, donner l'algorithme de jointure de ORACLE (par EXPLAIN, un arbre d'exécution commenté, une explication textuelle ou tout autre moyen de votre choix):

1. Il n'existe pas d'index sur TITRE ni dans FILM ni dans VU,

2. Il existe un index sur TITRE dans FILM seulement.
3. Il existe un index sur TITRE dans les deux relations.

Exercice C : Soit la requête :

```
SELECT e.enom, d.dnom
FROM emp e, dept d
WHERE e.dno = d.dno
AND e.sal = 10000
```

sur la relation **EMP** de schéma (*EMPNO, SAL, MGR, DNO*). Cette requête affiche le nom des employés dont le salaire (*SAL*) est égal à 10000, et celui de leur département. Indiquez le plan d'exécution dans chacune des hypothèses suivantes.

1. Index sur *DEPT(Dno)* et sur *EMP(Sal)*
2. Index sur *EMP(Sal)* seulement.
3. Index sur *EMP(Dno)* et sur *EMP(Sal)*
4. Voici une autre requête, légèrement différente. Plan d'exécution s'il n'y a pas d'index.

```
SELECT e.enom
FROM emp e, dept d
WHERE e.dno = d.dno
AND d.ville = 'Paris'
```

5. Que pensez-vous de la requête suivante par rapport à la précédente ?

```
SELECT e.enom
FROM emp e
WHERE e.dno IN (SELECT d.dno
                FROM Dept d
                WHERE d.Ville = 'Paris')
```

Voici le plan d'exécution donné par ORACLE :

```
0 SELECT STATEMENT
  1 MERGE JOIN
    2 SORT JOIN
      3 TABLE ACCESS FULL EMP
    4 SORT JOIN
      5 VIEW
        6 SORT UNIQUE
          7 TABLE ACCESS FULL DEPT
```

Qu'en dites vous ?

Exercice D : Sur le même schéma, voici maintenant la requête suivante.

```
SELECT *
FROM EMP X WHERE X.SAL IN (SELECT SAL
                          FROM EMP
                          WHERE EMP.EMPNO=X.MGR)
```

Cette requête cherche les employés dont le salaire (*SAL*) est égal à celui de leur patron (*MGR*). On donne le plan d'exécution avec Oracle (outil EXPLAIN) pour cette requête dans deux cas: (i) pas d'index, (ii) un index sur le salaire et un index sur le numéro d'employé. Expliquez dans les deux cas ce plan d'exécution (éventuellement en vous aidant d'une représentation arborescente de ce plan d'exécution).

1. Pas d'index.
Plan d'exécution

```
-----
0 FILTER
  1 TABLE ACCESS FULL EMP
  2 TABLE ACCESS FULL EMP
```

2. Index empno et index sal.

Plan d'exécution

```
-----
0 FILTER
  1 TABLE ACCESS FULL EMP
  2 AND-EQUAL
    3 INDEX RANGE SCAN I-EMPNO
    4 INDEX RANGE SCAN I-SAL
```

3. Dans le cas où il y a les deux index (salaire et numéro d'employé) et où la requête est :

```
SELECT *
FROM EMP X
WHERE X.SAL = (SELECT SAL
               FROM EMP
               WHERE EMP.EMPNO=X.MGR)
```

on a le plan d'exécution suivant:

Plan d'exécution

```
-----
0 FILTER
  1 TABLE ACCESS FULL EMP
  2 TABLE ACCESS ROWID EMP
  3 INDEX RANGE SCAN I-EMPNO
```

Expliquez-le.

Exercice E : On reprend le schéma CINEMA donné dans le cours, **mais on ne sais plus quels index existent.**

Questions:

1. Donner l'ordre SQL pour la requête: *Quels sont les films d'Hitchcock visibles après 20h00 ?*
2. Donner l'expression algébrique correspondante et proposez un arbre de requête qui vous paraît optimal.
3. Sous ORACLE, l'outil EXPLAIN donne le plan d'exécution suivant:

```
0 SELECT STATEMENT
  1 MERGE JOIN
    2 SORT JOIN
      3 NESTED LOOPS
        4 TABLE ACCESS FULL ARTISTE
        5 TABLE ACCESS BY ROWID FILM
        6 INDEX RANGE SCAN IDX-ARTISTE-ID
      7 SORT JOIN
        8 TABLE ACCESS FULL SEANCE
```

Commentez le plan donné par EXPLAIN. Pourrait-on améliorer les performances de cette requête?

Exercice F : Soit le schéma suivant:

```
CREATE TABLE Artiste (
  ID-artiste    NUMBER(4),
  CREATE TABLE Film (
  ID-film      NUMBER(4),
```

```

        Nom          VARCHAR2(32),          Titre          VARCHAR2(32),
        Adresse      VARCHAR2(32)          Année          NUMBER(4),
    );
                                           ID-réalisateur NUMBER(4)
                                           );

CREATE TABLE Joue (
    ID-artiste      NUMBER(4),
    ID-film         NUMBER(4)
);
```

Questions:

1. Donner l'ordre SQL pour la requête: *Afficher le nom des acteurs et le titre des films où ils ont joué.*
2. Donner l'expression algébrique correspondante.
3. Quel est à votre avis le plan d'exécution dans s'il n'existe que deux index, un sur FILM(ID-réalisateur), et un sur ARTISTE(ID-artiste)?
4. Idem, avec un index sur *FILM(ID - Film)*, et un sur *JOUE(ID - Artiste)*.
5. Idem, avec un index sur *FILM(ID - Film)*, et un sur *JOUE(ID - Film)*.

Chapitre 12

Concurrence

12.1 Sérialisabilité et recouvrabilité

12.1.1 Graphe de sérialisabilité et équivalence des exécutions

Construisez les graphes de sérialisabilité pour les exécutions (histoires) suivantes. Indiquez les exécutions sérialisables et vérifiez s'il y a des exécutions équivalentes.

1. $H_1 : w_2[x] w_3[z] w_2[y] c_2 r_1[x] w_1[z] c_1 r_3[y] c_3$
2. $H_2 : r_1[x] w_2[y] r_3[y] w_3[z] c_3 w_1[z] c_1 w_2[x] c_2$
3. $H_3 : w_3[z] w_1[z] w_2[y] w_2[x] c_2 r_3[y] c_3 r_1[x] c_1$

Conclusion: $H_1 \not\equiv H_3$, H_1 et H_3 sérialisables,

Les histoires H_1 et H_3 ne sont pas équivalentes. Pour avoir équivalence, deux conditions sont nécessaires: (i) avoir les mêmes transactions et les mêmes opérations, et (ii) avoir le même ordre des opérations conflictuelles.

Ici la seconde condition est remplie, mais pas la première! En effet, si on extrait la transaction T_1 de ces histoires, on remarque que pour H_1 on a $T_1 = r_1[x]w_1[z]c_1$, tandis que pour H_3 , $T_1 = w_1[z]r_1[x]c_1$. Et c'est pareil pour T_2 .

12.1.2 Recouvrabilité

Parmi les exécutions (histoires) suivantes, lesquelles sont recouvrables, lesquelles évitent les annulations en cascade et lesquelles sont strictes? Indiquez s'il y a des exécutions sérialisables.

1. $H_1 : r_1[x] w_2[y] r_1[y] w_1[x] c_1 r_2[x] w_2[x] c_2$
2. $H_2 : r_1[x] w_1[y] r_2[y] c_1 w_2[x] c_2$
3. $H_3 : r_1[y] w_2[x] r_2[y] w_1[x] c_2 r_1[x] c_1$

12.2 Contrôle de concurrence

12.2.1 Verrouillage à 2 phases

Un scheduler avec verrouillage à 2 phases reçoit la séquence d'opérations ci-dessous.

$$H : r_1[x] r_2[y] w_3[x] w_1[y] w_1[x] w_2[y] c_2 r_3[y] r_1[y] c_1 w_3[y] c_3$$

Indiquez l'ordre d'exécution établi par le scheduler, en considérant qu'une opération bloquée en attente d'un verrou est exécutée en priorité dès que le verrou devient disponible. On suppose que les verrous d'une transaction sont relâchés au moment du Commit.

12.2.2 Estampillage et la règle de Thomas

Etant donnée la séquence d'opérations suivante, comparez les exécutions établies par un scheduler avec estampillage simple et un scheduler intégré pur utilisant la règle de Thomas. Le scheduler avec estampillage n'utilise que le test des estampilles, sans retarder ensuite l'exécution des opérations. Considérez qu'une transaction rejetée est relancée tout de suite avec une nouvelle estampille et que ses opérations déjà exécutées sont traitées avec priorité.

$$H : r_1[x] r_2[y] w_3[x] w_1[x] w_3[y] w_2[y]$$

12.2.3 Comparaison des méthodes de contrôle de concurrence

Parmi les exécutions suivantes, lesquelles ne peuvent pas être obtenues par verrouillage à 2 phases et lesquelles ne peuvent pas être obtenues par estampillage simple?

$$H_1 : r_1[x] r_2[y] w_2[x] c_2 r_1[y] c_1$$

$$H_2 : r_1[x] w_2[y] r_2[x] c_2 w_1[y] c_1$$

12.3 Reprise après panne

12.3.1 Journalisation

Soit le journal physique ci-dessous, dans lequel on a marqué les opérations Commit et Abort réalisées:

$$[T_1, x, 3], [T_2, y, 1], [T_1, z, 2], c_1, [T_2, z, 4], [T_3, x, 2], a_2, [T_4, y, 3], c_3, [T_5, x, 5]$$

1. Indiquez le contenu de *liste_commit*, *liste_abort*, *liste_active*.
2. En supposant qu'une nouvelle écriture vient de s'ajouter au journal, lesquelles des écritures suivantes sont compatibles avec une exécution stricte: $[T_5, y, 4]$, $[T_4, z, 3]$ ou $[T_6, x, 1]$?
3. Quelles sont les entrées récupérables par l'algorithme de ramasse-miettes?
4. Si les valeurs initiales des enregistrements étaient $x = 1$, $y = 2$, $z = 3$, et si une panne survenait à ce moment, quelles seraient les valeurs restaurées pour x , y et z après la reprise?

12.4 Concurrence: Gestion Bancaire

Les trois programmes suivants peuvent s'exécuter dans un système de gestion bancaire. *Débit* diminue le solde d'un compte c avec un montant donné m . Pour simplifier, tout débit est permis (on accepte des découverts). *Crédit* augmente le solde d'un compte c avec un montant donné m . *Transfert* transfère un montant m à partir d'un compte source s vers un compte destination d . L'exécution de chaque programme démarre par un **Start** et se termine par un **Commit** (non montrés ci-dessous).

<pre>Débit (c:Compte; m:Montant) begin t := Read(c); Write(c,t-m); end</pre>	<pre>Crédit (c:Compte; m:Montant) begin t = Read(c); Write(c,t+m); end</pre>	<pre>Transfert (s,d:Compte; m:Montant) begin Débit(s,m); Crédit(d,m); end</pre>
--	---	---

Le système exécute en même temps les trois opérations suivantes:

- (1) un transfert de montant 100 du compte A vers le compte B
- (2) un crédit de 200 pour le compte A
- (3) un débit de 50 pour le compte B

1. Écrire les transactions T_1 , T_2 et T_3 qui correspondent à ces opérations. Montrer que l'histoire \mathbf{H} : $r_1[A]$ $r_3[B]$ $w_1[A]$ $r_2[A]$ $w_3[B]$ $r_1[B]$ c_3 $w_2[A]$ c_2 $w_1[B]$ c_1 est une exécution concurrente de T_1 , T_2 et T_3 .
2. Mettre en évidence les conflits dans \mathbf{H} et construire le graphe de sérialisation de cette histoire. \mathbf{H} est-elle sérialisable? \mathbf{H} est-elle recouvrable?
3. Quelle est l'exécution \mathbf{H}' obtenue à partir de \mathbf{H} par verrouillage à deux phases? On suppose que les verrous d'une transaction sont relâchés après le Commit de celle-ci. Une opération bloquée en attente d'un verrou bloque le reste de sa transaction. Au moment du relâchement des verrous, les opérations en attente sont exécutées en priorité.
Si au début le compte A avait un solde de 100 et B de 50, quel sera le solde des deux comptes après la reprise si une panne intervient après l'exécution de $w_1[B]$?