

## Sujet de thèse :

Étiquetage antimagique des arêtes d'un graphe : aspects algorithmiques et structurels

**Directeur :** C. Bentz, Maître de conférences, HDR, cedric.bentz@cnam.fr, C. Picouleau, Professeur, chp@cnam.fr,

**Laboratoire d'accueil :** CEDRIC-CNAM

Soit  $G = (V, E)$  un graphe. Pour un entier positif  $k$ , un  $k$ -*étiquetage antimagique* est une fonction  $f : E \rightarrow \{1, \dots, k\}$  telle que  $\forall u, v \in V, u \neq v, \sum_{uw \in E} f(uw) \neq \sum_{vw \in E} f(vw)$ .

L'objectif de la thèse est d'étudier  $\chi^a(G)$  la valeur minimale de  $k$  telle qu'il existe un  $k$ -étiquetage antimagique de  $G$  pour différents types de fonctions  $f$ .

Si pour un graphe  $G$ ,  $f$  est une bijection alors on a  $\chi^a(G) = |E|$  et  $G$  est dit *antimagique*. Il est conjecturé que tout graphe ne contenant pas une arête comme composante connexe est antimagique. Récemment cette conjecture a été prouvée pour certaines classes de graphes [1, 3, 4, 5]. On cherchera à étendre ces résultats à d'autres classes de graphes.

On étudiera également le cas où la fonction  $f$  doit induire une coloration valide des arêtes, c'est-à-dire lorsque  $f(e) \neq f(e')$  pour toute paire  $e, e'$  d'arêtes adjacentes.

On s'intéressera notamment aux aspects algorithmiques, complexité, algorithmes approchés, du problème consistant à déterminer  $\chi^a(G)$ .

D'autres fonctions objectif, autres que la minimisation de  $k$ , pourront être envisagées. Par exemple  $\min \sum_{e \in E} f(e)$ ,  $\min \max_{v \in V} \sum_{uv \in E} f(uv)$ ,  $\min \sum_{v \in V} \sum_{uv \in E} f(uv)$ .

**Mots-clés :** Algorithmique, Optimisation Combinatoire, Complexité, Théorie des Graphes.

## References

- [1] N. Alon, G. Kaplan, A. Lev, Y. Roditty, and R. Yuster. Dense graphs are antimagic. *Journal of Graph Theory*, 47 297-309, 2004.
- [2] J.A. GALLIAN, A Dynamic Survey of Graph Labeling, *The Electronic Journal of Combinatorics* 19(17) (2017) DS 6.
- [3] D. W. Cranston. Regular bipartite graphs are antimagic. *Journal of Graph Theory*, 60(3) 173-182, 2009.
- [4] G. Kaplan, A. Lev, and Y. Roditty. On zero-sum partitions and anti-magic trees. *Discrete Math.*, 309 2010-2014, 2009.
- [5] Yu-Chang Liang and Xuding Zhu. Antimagic Labeling of Cubic Graphs. *Journal of Graph Theory*, 75 31-36, 2013.